Examen Parcial 1: Algebra Lineal

Alejandro Kunold
Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
(Dated: 9 de junio de 2011)

Un proveedor de telefonía celular quiere lanzar al mercado dos planes diferentes. En el primero los usuarios deberán pagar una cuota mensual de 800.00 pesos y en el segundo de 500.00 pesos. El proveedor planea percibir mensualmente 18,000,000.00 de pesos del total de los dos planes pero sólo puede vender un total 30,000 planes dada la capacidad de la red de telefonía celular. ¿Cúantos planes del tipo 1 y del tipo 2 debe vender el proveedor para satisfacer las demandas anteriores? Para responder esta pregunta contesta los siguientes incisos:

1. Plantea un sistema de ecuaciones que describa el problema anterior y exprésalo en forma matricial.

   Respuesta:

$$800x + 500y = 18000000 \tag{1}$$
$$x + y = 30000 \tag{2}$$
$$\begin{pmatrix} 800 & 500 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18000000 \\ 30000 \end{pmatrix} \tag{3}$$

2. Calculando el determinante de la matriz contesta si el sistema tiene solución única o no. Respuesta: tiene solución única ya que

$$\det \begin{pmatrix} 800 & 500 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 300 \tag{4}$$

3. Utilizando la matriz extendida y reduciendo a la forma triangular superior encuentra la solución del problema: cuantos planes de cada tipo debe vender el proveedor.

   Respuesta: $x = 10000, y = 20000$, es decir tiene que vender 10000 planes del primer tipo y 20000 planes del segundo tipo.

4. Encuentra la matriz inversa.

   Respuesta:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{300} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{1}{300} & \frac{8}{3} \end{pmatrix} \tag{5}$$

5. Con la matriz inversa encuentra nuevamente la solución del inciso 3.

   Respuesta:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= M^{-1} \begin{pmatrix} 18000000 \\ 30000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{300} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{1}{300} & \frac{8}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 18000000 \\ 30000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10000 \\ 20000 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

Examen Parcial 1: Algebra Lineal

Alejandro Kunold
Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
(Dated: 9 de junio de 2011)

Un proveedor de telefonía celular quiere lanzar al mercado dos planes diferentes. En el primero los usuarios deberán pagar una cuota mensual de 400.00 pesos y en el segundo de 250.00 pesos. El proveedor planea percibir mensualmente 8,000,000.00 de pesos del total de los dos planes pero sólo puede vender un total 23,000 planes dada la capacidad de la red de telefonía celular. ¿Cúantos planes del tipo 1 y del tipo 2 debe vender el proveedor para satisfacer las demandas anteriores? Para responder esta pregunta contesta los siguientes incisos:

1. Plantea un sistema de ecuaciones que describa el problema anterior y exprésalo en forma matricial.

   Respuesta:

$$400x + 250y = 8000000 \tag{1}$$

$$x + y = 23000 \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} 400 & 250 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8000000 \\ 23000 \end{pmatrix} \tag{3}$$

2. Calculando el determinante de la matriz contesta si el sistema tiene solución única o no. Respuesta: tiene solución única ya que

$$\det \begin{pmatrix} 400 & 250 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 150 \tag{4}$$

3. Utilizando la matriz extendida y reduciendo a la forma triangular superior encuentra la solución del problema: cuantos planes de cada tipo debe vender el proveedor.

   Respuesta: $x = 15000, y = 8000$, es decir tiene que vender 15000 planes del primer tipo y 8000 planes del segundo tipo.

4. Encuentra la matriz inversa.

   Respuesta:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{150} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{1}{150} & \frac{8}{3} \end{pmatrix} \tag{5}$$

5. Con la matriz inversa encuentra nuevamente la solución del inciso 3.

   Respuesta:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= M^{-1} \begin{pmatrix} 8000000 \\ 23000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{150} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{1}{150} & \frac{8}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8000000 \\ 23000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 15000 \\ 8000 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$