Tarea 3: Álgebra Lineal

Alejandro Kunold
Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
(Dated: 16 de julio de 2011)

1. Determina si los siguientes vectores de P_2 forman una base ortonormal:

$$u_1 = 1, \;\; u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}x^2, \;\; u_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}x^2$$

2. Determina si los siguientes vectores de $M_{2\times 2}$ forman una base ortonormal:

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \;\; u_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$u_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \;\; u_4 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

3. Encuentra una base ortonormal a partir de la base

$$\boldsymbol{u}_1 = (0,1,0)\,, \quad \boldsymbol{u}_2 = (2,1,1)\,, \quad \boldsymbol{u}_3 = (-1,1,1)$$

4. Identifica cual de las siguientes son transformaciones lineales:

   a) $T : \mathbb{R}^2 \to P_1$ dada por

$$T\,(a,b) = a^2 + bx$$

   b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$$T(x,y) = (3x+y, -5x+4y)\,.$$

   Recuerda que para que una transformación sea lineal tiene que cumplir que 1) $T\,(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}) = T\,(\boldsymbol{u}) + T\,(\boldsymbol{v})$ y 2) $T\,(k\boldsymbol{u}) = kT\,(k\boldsymbol{u})$.

5. Encuentra los valores propios y los vectores propios de la siguiente matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$