

# Programa de Campos I

Alejandro Kunold

28 de marzo de 2006

## 1. Bibliografía

1. Francis B. Hildebrand, *Advanced Calculus for Applications* (Prentice-Hall, New Jersey, 1976)
2. G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists* (Academic Press, San Diego, 1985)
3. Murray R. Spiegel, *Análisis Vectorial* (McGrawHill, México, 1988)

## 2. Objetivos

1. Comprender el álgebra y análisis vectorial necesario para establecer un modelo matemático correspondiente a un fenómeno físico que se describa mediante un campo escalar o vectorial.
2. Comprender el álgebra vectorial en un espacio cartesiano tridimensional. Comprender y aplicar la definición de campos escalares y campos vectoriales en la descripción de distintos fenómenos físicos.
3. Definir la interpretación física de ciertos operadores diferenciales como lo son el gradiente, la divergencia, el rotacional y el Laplaciano .
4. Comprender los teoremas vinculados con los operadores diferenciales y el Teorema de Helmholtz.
5. Interpretar los resultados obtenidos del trabajo teórico por medio de herramientas computacionales como MatLab<sup>®</sup>, Mathematica<sup>®</sup>, C++<sup>®</sup>, Fortran<sup>®</sup> u otro software. Comunicar en forma oral y escrita los resultados y conclusiones obtenidos de sus tareas y sus experiencias con la computadora.

### **3. Contenido Sintético**

1. Álgebra vectorial.
2. Derivación de funciones vectoriales.
3. Derivación de campos escalares y vectoriales.
4. Integración de campos escalares y vectoriales.
5. Aplicaciones.
6. Tensores cartesianos.

### **4. Programa Analítico**

#### **4.1. Algebra Vectorial**

##### **4.1.1. Objetivos Específicos**

1. Estudiar el álgebra vectorial.
2. Estudiar rotaciones de un vector.

##### **4.1.2. Contenido**

1. Escalares y vectores
2. Vectores unitarios. Cosenos directores
3. Multiplicación de un vector por un escalar
4. Suma de vectores
5. Producto interno. Producto punto
6. Producto vectorial. Producto cruz
7. Algunas identidades vectoriales
8. Rotación de ejes cartesianos
  - a) Coordenadas cilíndricas
  - b) Coordenadas esféricas
  - c) Angulos de Euler\*
9. Invariancia de la norma de un vector ante rotación de ejes

#### **4.2. Derivación de Funciones Vectoriales**

##### **4.2.1. Objetivos Específicos**

1. Estudiar el análisis vectorial.

#### **4.2.2. Contenido**

1. Funciones escalares
2. Funciones vectoriales y su representación geométrica
3. Derivada y diferencial de una función vectorial
4. Reglas de derivación
5. Fórmula de Taylor para funciones vectoriales
6. Fórmulas de Frenet
7. Expresión analítica de las curvaturas de flexión y torsión

### **4.3. Derivación de Campos Escalares y Vectoriales**

#### **4.3.1. Objetivos Específicos**

1. Definir los campos escalares y vectoriales.
2. Definir los operadores diferenciales para campos escalares y vectoriales en diversos sistemas de coordenadas.

#### **4.3.2. Contenido**

1. Definición de campos escalares y campos vectoriales
2. Derivación parcial. Regla de la cadena
3. Gradiente de un campo escalar
4. Divergencia y rotacional de un campo vectorial
5. Identidades básicas: el operador nabla y el laplaciano
6. Coordenadas curvilíneas ortogonales
  - a) Factores de escala
  - b) Coordenadas cilíndricas y esféricas
  - c) Gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas
  - d) Curvilíneas ortogonales.
  - e) Otros tipos de coordenadas curvilíneas ortogonales\*

### **4.4. Integración de Campos Escalares y Vectoriales**

#### **4.4.1. Objetivos Específicos**

1. Estudiar los teoremas integrales del rotacional, la divergencia y el gradiente.

#### **4.4.2. Contenido**

1. Integral de línea
2. Integrales dobles y triples
3. Jacobianos, diferenciales de superficie y volumen en coordenadas curvilineas ortogonales
  - a) Integrales de superficie
  - b) Integrales de volumen
4. Teorema de Gauss. Interpretación de la divergencia
5. Teorema de Green
6. Teorema de Stokes. Interpretación del rotacional
7. Ecuación de Laplace
8. Potencial escalar y vectorial
9. Campo escalar y campo vectorial conservativos
10. Campo vectorial irrotacional
11. Campo vectorial solenoidal
12. Teorema de Helmholtz

#### **4.5. Aplicaciones**

##### **4.5.1. Objetivos Específicos**

1. Aplicar los conocimientos adquiridos en los temas anteriores a problemas de mecánica clásica, mecánica de fluidos y transferencia de calor.

##### **4.5.2. Contenido**

1. Problemas que involucran cinemática o dinámica de partículas
  - a) Movimiento en un plano en coordenadas polares
  - b) Orbitas centrales
  - c) Movimiento de un punto en tres dimensiones
  - d) Centros de masa y momentos de inercia
  - e) Trabajo como integral de línea
  - f) Fuerza y potencial gravitatorio
- V.2. Problemas que involucran flujo de fluidos

- a) Deducción de la ecuación de continuidad
- b) Deducción de la ecuación de Euler para un fluido ideal
- c) Deducción de la ecuación de Navier-Stokes para un fluido viscoso
- d) Ley de Arquímedes
- e) Propagación del sonido. Deducción de la ecuación de onda

2. Problemas miscelaneos

- a) Cuerda vibrante. Deducción de la ecuación de onda
- b) Deducción de la ecuación de difusión de calor

## 4.6. Tensores Cartesianos

### 4.6.1. Objetivos Específicos

1. Estudiar el análisis tensorial.

### 4.6.2. Contenido

1. Leyes de transformación tensorial
2. Operaciones algebraicas elementales
  - a) Suma
  - b) Producto
  - c) Contracción. Convención de suma de Einstein
  - d) Simetría o antisimetría de un tensor
3. La delta de Kroneker y el tensor de Levi-Civita
  - a) Representación del producto punto
  - b) Representación del producto cruz
4. Covariancia entre ecuaciones tensoriales
5. El operador nabla en terminos tensoriales
  - a) El gradiente de un escalar y un vector
  - b) La divergencia de un vector y de una matriz
  - c) El rotacional de un vector
  - d) El laplaciano de un escalar y de un vector

## 5. Modalidades de Conducción

Clase teórico-práctica con apoyo de medios audiovisuales.

## **6. Modalidades de Evaluación**

Tareas semanales y una evaluación terminal consistentes en la resolución de problemas. La calificación estará dada por el promedio de las tareas y la evaluación terminal con los siguientes pesos: tareas 80 % y evaluación terminal 20 % . La evaluación terminal podrá ser sustituida por un proyecto final.