Clase: martes 3 de febrero de 2015.

En esta clase se realizan ejercicios de los temas vistos: números reales, función valor absoluto, funciones lineales y determinación de intervalos que satisfacen desigualdades de la forma: $ax+b \leq cx+d, ax^2+bx+c \leq 0, \frac{ax+b}{cx+d} \leq 0, |ax+b| \leq k$ y $|ax+b| \geq k$.

Ejercicios.

1. Expresar en la representación entero y fracción finita o periódica, el número racional:

$$-\frac{80}{11}.$$

RESPUESTA. $-\frac{80}{11} = -7.272727... = -7.\widehat{27}$.

2. Sean $y_1(t) = 10t+2$ y $y_2(t) = -2t+20$. ¿Cual es intervalo de x donde se cumple

$$\frac{y_1(x)}{y_2(x)} \leq 0?$$

RESPUESTA. Dado $\frac{10x+2}{-2x+20} \leq 0$.

Se tienen dos casos.

Caso 1) $10x+2 \geq 0$ y $-2x+20 < 0$.

Caso 2) $10x+2 \leq 0$ y $-2x+20 > 0$.

De 1) se obtiene un intervalo, despejando x de las dos desigualdades por separado.

$10x+2 \geq 0, 10x \geq -2, x \geq \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$. El intervalo de esta desigualdad es $\left[-\frac{1}{5}, \infty\right)$

y $-2x+20 < 0, 20 < 2x, 10 < x$.El intervalo de esta desigualdad es $(10, \infty)$.

Como se deben cumplir ambas desigualdades: $\left[-\frac{1}{5}, \infty\right) \cap (10, \infty) = (10, \infty)$.

De 2) se obtiene un intervalo, despejando x de las dos desigualdades por separado.

$10x+2 \leq 0, 10x \leq -2, x \leq \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$. El intervalo de esta desigualdad es $\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right]$

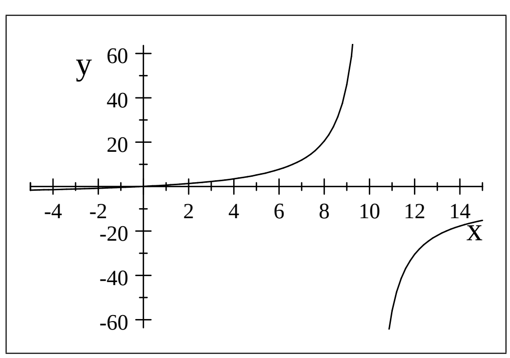
y $-2x+20 > 0, 20 > 2x, 10 > x$.El intervalo de esta desigualdad es $(-\infty, 10)$.

De 2) se obtiene el intervalo $\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right] \cap (-\infty, 10) = \left(-\infty, -\frac{1}{5}\right]$.

El intervalo de la respuesta, se obtiene de la unión de los casos 1 y 2):

$$\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right] \cup (10, \infty).$$

En la gráfica se observa dicho intervalo en X.



3. Determinar el intervalo donde se cumple la desigualdad:

$$\frac{x}{3} - 1 \geq 4x - 3.$$

RESPUESTA. Dado $\frac{x}{3} - 1 \geq 4x - 3$. Despejando x, se tiene $\frac{x}{3} - 1 \geq 4x - 3, x - 3 \geq 12x - 9, 6 \geq 11x, \frac{6}{11} \geq x$. El intervalo solución es $\left(-\infty, \frac{6}{11}\right]$.

4. Determinar el intervalo donde se cumple la desigualdad:

$$-2x^2 - x + 5 \leq 0.$$

RESUESTA. $-2x^2 - x + 5 \leq 0$.

Se determinan las raices de $-2x^2 - x + 5$. De donde $a = -2, b = -1$ y $c = 5$.

El discriminante es $d = b^2 - 4ac$,sustituyendoresulta $d = (-1)\,2 - 4\,(-2)\,(5) = 41$.

Como $d > o$, se tiene dos raices reales:

$x_1 = \frac{-(-1)-\sqrt{41}}{2(-1)} = -\frac{1+\sqrt{41}}{4} = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{41}}{4}$.

$x_2 = \frac{-(-1)+\sqrt{41}}{2(-1)} = -\frac{1+\sqrt{41}}{4} = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{41}}{4}$.

Como la quadratica abre hacia abajo, el intervalo pedido es $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\sqrt{41} - \frac{1}{4}\right] \cup \left[\frac{1}{4}\sqrt{41} - \frac{1}{4}, \infty\right)$.

5. Determinar el intervalo donde se cumplen las desigualdades de los incisos a) y b siguientes. Explicar porque los problemas tienen la misma solución.

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 2x &\leq 0, \\ \text{b) } |x - 1| &\leq 1 \end{aligned}$$

RESPUESTA. $x^2 - 2x \leq 0$,el intervalo donde se cumple es $[0, 2]$.

Por otro lado, $|x - 1| \leq 1$, se cumple en el intervalo $[0, 2]$.

El hecho que tengan la misma solución es porqué $x^2 - 2x \leq 0$,se completa sumando 1. Se tiene $x^2 - 2x + 1 \leq 1$, factorizando se tiene $(x - 1)^2 \leq 1$. Extrayendo raiz se obtiene b) $|x - 1| \leq 1$.

En la gráfica se observa que sobre el eje X (linea azul) coinciden los intervalos solución de a) y b).