

Clase: martes 27 de enero de 2015.

En esta clase se presente un procedimiento alternativo para determinar el intervalo o los intervalos que satisface desigualdades de la forma:

$$ax^2 + bx + c \leq 0.$$

1.- Usando la fórmula para encontrar sus raíces:

$$s_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; s_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Calcular el discriminante: $d = b^2 - 4ac$.

Si $d < 0$, no hay solución. El intervalo es ϕ (conjunto vacío).

En otro caso, se tiene $d \geq 0$.

Se procede a calcular s_1 y s_2 .

Se determina hacia donde abre la función cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$ haciendo un esbozo de su gráfica.

Se elige el intervalo de la gráfica donde $f(x) \leq 0$.

Por ejemplo:

Sea

$$x^2 + 4x - 16 \leq 0.$$

Determinar el intervalo o intervalos donde se satisface la desigualdad anterior.

Respuesta.

En este caso: $a = 1, b = 4, c = -16$.

Se calcula el discriminante.

$$d = b^2 - 4ac.$$

Sustituyendo los valores de a, b, c se tiene

$$d = 4^2 - 4(1)(-16) = 80.$$

Como $80 \geq 0$, se procede a calcular las raíces.

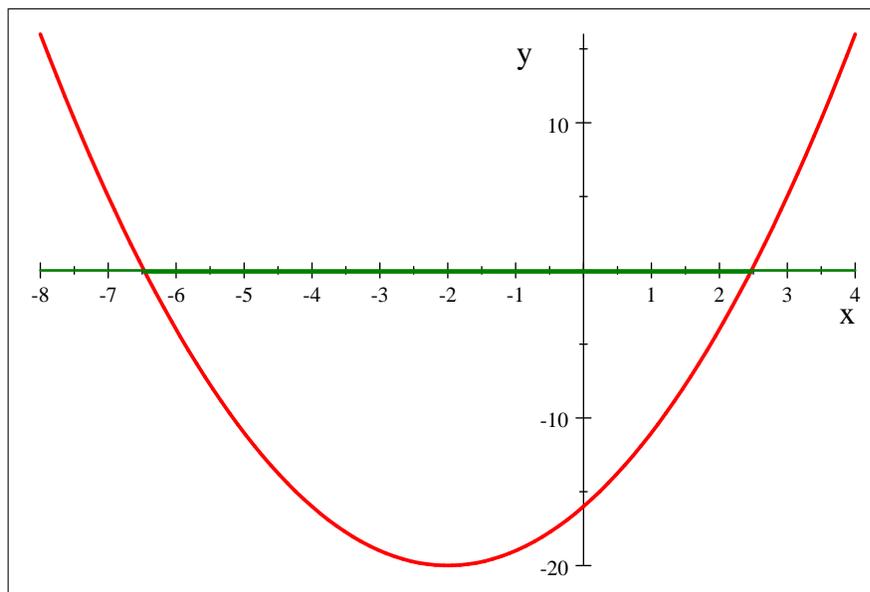
$$s_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; s_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Sustituyendo los valores de a, b, c se tiene

$$s_1 = \frac{-4 + \sqrt{80}}{2} = -2 + 2\sqrt{5}.$$

$$s_2 = -2 - 2\sqrt{5}.$$

Se hace un bosquejo de la gráfica de $f(x) = x^2 + 4x - 16$.



El intervalo buscado es el que corresponde a los valores de $f(x)$ (en rojo) que están abajo de la línea verde ($y = 0$).

El intervalo buscado es $[-2 - 2\sqrt{5}, -2 + 2\sqrt{5}]$.

■