112033 MATEMATICAS DISCRETAS

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Lista de Ejercicios 2do examen Parcial

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Comprender los principios básicos de la lógica de predicados.
- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

1. Sea φ el conjunto vacío y $V_n = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq n\}$. Explicar y evaluar con falso o verdadero los siguientes enunciados:
   (a) El digrafo (V_n, ϕ) corresponde con un orden total.
   (b) El digrafo (V_2, A_1) donde $A_1 = \{(x, y) \in V_3 \times V_3 |\ x = y + 1\}$ corresponde con un orden parcial.
   (c) Los digrafos (V_i, R_i) y (V_j, R_j) corresponden a órdenes totales entonces $(V_i \cap V_j, R_i \cap R_j)$ es un orden total.
   (d) Los digrafos (V_i, R_i) y (V_j, R_j) corresponden a órdenes parciales entonces $(V_i \cap V_j, R_i \cap R_j)$ es un orden parcial.
2. Escriba un ejemplo de una relación reflexiva para $V = \{a, 2, c\}$.
3. Escriba un ejemplo de una relación simetrica y reflexiva para $V = \{a, 2, c\}$.
4. Escriba un ejemplo de una relación antisimetrica y reflexiva para $V = \{a, 2, c\}$.
5. Escriba un ejemplo de una relación trasitiva y no reflexiva para $V = \{1, 2, 3\}$.
6. Escriba un ejemplo de un orden parcial para $V = \{a\}$.
7. Escriba todos los posibles órdenes totales para $V = \{a, b, c\}$.
8. Con $V = \{a, b, c\}$ construya un orden total e indique cuantos elementos minimales y maximales tiene su orden total.
9. Para V=$\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$.
   (a) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con 5 clases no vacias.
   (b) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con 2 clases.
   (c) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con una clase.
10. Dado el conjunto $A = \{a, b, c\}$ construya todas las posibles familias de clases no vacias y sus respectivas relaciones de equivalencia.
11. Sean $R_1 = \{(a, 1), (a, 2), (b, 3)\}$ y $R_2 = \{(1, z), (3, y), (1, b)\}$.
   (a) Calcular los conjuntos bases e identificar a que producto cruz pertenecen.
   (b) Calcular la composición $R_1 \circ R_2$ e identificar el producto cruz al que pertenece.
   (c) Calcular la composición $R_2 \circ R_1$ e identificar el producto cruz al que pertenece.
12. Dada una función (f) de $V = \{a, b\}$ en V y una relación (R) que no es función de $V \times V$, explicar si las composiciones son función o relación y construir todas las composiciones $f \circ R$ y $R \circ f$.
13. Verificar $\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
14. Verificar $\sum_{i=0}^{n} a^i = \frac{1-a^n}{1-a}$, donde $a \in \mathbb{R}$,$a \neq 0$.
15. Verificar $1 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.

16. Sean $A_1 = \{a, b, c, 1\}, A_2 = \{1, 2, a, c\}$, $A_3 = \{a, c, 3\}$ y $\Omega = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ (el universo de contexto). Calcular $|A| = \left|\bigcup_{i=1}^{3} A_i\right|$ por el Primcipio de Inclusión y Exclusión.

17. Sea A={1,2,3,5}. Para todos los incisos no se permiten las repeticiones,

    (a) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?

    (b) ¿Cuántos números de 4 dígitos son pares y menores de 4000 se pueden formar?

18. Dada un baraja inglesa de 52 cartas (sin comodín).

    (a) Encontrar de cuantas formas se pueden acomodar en circulo 5 cartas.

    (b) Encontrar de cuantas formas se tiene un par de reyes, un as y otro par (sin reyes, ni ases).

19. Explicar bajo que principio y como lo aplica, para que en una escuela cada alumno tenga una pupitre de trabajo en todas sus clases.

20. Suponer que se tienen tres cestos de ropa sucia. Si se tienen 20 prendas sucias y estás se reparten entre las 3 cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?

21. Suponer que se tienen n cestos de ropa sucia. Si se tienen m prendas sucias y estás se reparten entre las n cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?

22. Sean D={a,b,c,d} y R={1,2,3,4}.

    (a) Explicar y calcular el número de funciones inyectivas se pueden formar de D a R.

    (b) Explicar y calcular el número de relaciones se pueden formar en $D \times R$.

    (c) Para conjuntos de n elementos, con base en los incisos anteriores justificar, si es cierta la desigualdad: $2^{n^2} > n!$ (Sugerencia: identificar los términos con los cálculos de los incisos a) y b)).

23. Una cadena de tiendas tiene dos tiendas. la tienda 1 tiene un supervisor (Luis) y dos empleados propios (María y José). La tienda 2, tiene dos supervisores (Juan y Marta) y un empleado propios (Martín). El supervisor general de las dos tiendas es Adán (o sea Adán trabaja para la tienda 1 y la tienda).

    (a) Explicar si la relación "empleado_de" (que significa que trabaja para la cadena o para alguna de las tiendas) es una relación de equivalencia para todos los empleados.

    (b) Explicar si la relación empleado_de_la_tienda (que significa que trabaja solamente para una de las tiendas) es una relación de equivalencia para los empleados de las tiendas.

    (c) Construir una familia de clases de todos los empleados para la cadena de tiendas.

    (d) Para la familia de clases del inciso anterior construir una relación de equivalencia.

24. Que técnicas o conceptos de Matemáticas Discretas se usan para organizar datos. Explicar con ejemplos.