

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Los puntos del examen están dividido en 4 partes. Contesta la parte de los 3 parciales que haya reprobado y la parte del global. Cada parte vale 10 puntos.

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Comprender los principios básicos de la lógica de predicados.
- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

## Parte Global

- [2.0] Escribir las transcripciones para verificar la deducción en la notación simbólica correspondiente.  
Si Juan aprueba la UEA de Programación entonces Juan avanza en su carrera.  
Juan gana el torneo de ajedrez o aprueba la UEA de Programación.  
Mario y Juan no ganan el torneo de ajedrez.  
Luego, Juan avanza en su carrera.
- [2.0] Escribir las dos propiedades del Álgebra de Conjuntos para  $\cup$ ,  $\cap$  y  $^c$  conocidas como las Leyes de Morgan.
- [2.0] Demostrar la fórmula  $n!$  para acomodar todos los  $n$  invitados en una hilera sin repeticiones usando el método de inducción matemática.
- [1.0] Dar un ejemplo de un orden estricto total con 4 elementos por un digrafo.
- [1.0] Dar un ejemplo de una relación de equivalencia y su respectiva partición para el conjunto de los números naturales.
- [2.0] Construir un grafo conexo, 3-regular y con un ciclo Euleriano. Explicar si no es posible o en otro caso dibujar el grafo y escribir el ciclo.

## Parte 1

- Traducir a la notación de simbólica, como predicados o proposiciones.
  - [0.5] Hay un superhumano y es mortal.
  - [0.5] Por favor, estudia para terminar con buen promedio tu carrera.
  - [1.0] Algunos números de la forma  $2\lambda$  con  $\lambda \neq 0$ , son números irracionales.

2. [2.0] Escribir las transcripciones para verificar la deducción en la notación simbólica correspondiente.  
Si todos los deportistas entrenan entonces ganan la competición.  
Jorge es un deportista y entrena.  
Luego, Jorge gana la competición.
3. Sea  $\varphi$  el conjunto vacío y  $A = \{a, \{a\}, A\}$ . Explicar su resultado al evaluar con 0 (falso) o 1 (verdadero) los siguientes enunciados de conjuntos:
  - (a) [0.5]  $\varphi \neq A$ .
  - (b) [0.5]  $\{\{a\}\} \subset A$ .
  - (c) [1.0]  $(A \in A) \wedge (A \subset A)$ .
4. Sea  $\varphi$  (el conjunto vacío),  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, c\}$ ,  $C = \{c\}$  y  $\Omega = \{1, 2, 3, a, b, c\}$  (el universo de contexto). Calcular las operaciones de conjuntos:
  - (a) [0.5]  $A \setminus B =$
  - (b) [0.5]  $(A \cup B^c) \cup C =$
  - (c) [0.5]  $(A^c \cap B^c) \cup C =$
  - (d) [0.5]  $(A \cup C^c) =$

## Parte 2

1. [2.5] Sean  $P = \{\text{Maria, Ana, Carla}\}$ . Explicar, calcular y escribir las distintas formas en que se sientan alrededor de una mesa circular las 3 invitadas del conjunto  $P$ .
2. [2.5] Sean  $A_1 = \{a, b, 1\}$ ,  $A_2 = \{1, 2, a\}$ ,  $A_3 = \{1, 2, a, b, c\}$ . Calcular  $|A| = \left| \bigcup_{i=1}^3 A_i \right|$  por el Principio de Inclusión y Exclusión.
3. [2.5] Verificar por el Principio de Inducción Matemática si  $(2n)^2 < 2^n$  se cumple a partir de algun  $n_0 > 1$ .
4. [2.5] Explicar porqué es mejor organizar los datos de un conjunto grande por particiones o clases que por conjuntos arbitrarios.

## Parte 3

1. Con un árbol binario balanceado ordenado y lleno de altura 2 apropiado, resolver los incisos siguientes. Notas: La convención del árbol binario ordenado es la vista en clase: subárbol izquierdo tiene los nodos de valor menor e igual y el subárbol derecho los nodos mayores. Los recorridos tienen la convención de clase: de primero ir a la izquierda y luego a la derecha.
  - (a) [2.0] Construir un árbol binario balanceado ordenado y lleno de altura 2 con los números entre 1 y 10 todos diferentes, que usted quiera.
  - (b) [2.0] Escribir la lista de datos del recorrido pre-orden, en-orden y post-orden.
2. Construir un grafo apropiado con al menos 2 vertices **para cada inciso**:
  - (a) [1.0] Grafo planar, 3-regular.
  - (b) [1.0] Grafo bipartito planar y completo.
  - (c) [2.0] Grafo con un Ciclo Euleriano y con un ciclo Hamiltoniano (escribir ambos ciclos y justificar el ciclo Euleriano apropiadamente).
  - (d) [2.0] Grafo con un Camino Hamiltoniano y sin Camino Euleriano (escribir el camino Hamiltoniano y justificar apropiadamente porque no tiene camino Euleriano).