

112033 MATEMATICAS DISCRETAS

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Lista de Ejercicios 2do examen Parcial

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Comprender los principios básicos de la lógica de predicados.
- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

1. Verificar $\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. Verificar $\sum_{i=0}^n a^i = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$, donde $a \in \mathbb{R}, a \neq 1$.
3. Verificar $1 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.
4. Sean $A_1 = \{a, b, c, 1\}$, $A_2 = \{1, 2, a, c\}$, $A_3 = \{a, c, 3\}$ y $\Omega = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ (el universo de contexto). Calcular $|A| = \left| \bigcup_{i=1}^3 A_i \right|$ por el Principio de Inclusión y Exclusión.
5. (6.1) Sea $A = \{1, 2, 3, 5\}$. Para todos los incisos no se permiten las repeticiones,
 - (a) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?
 - (b) ¿Cuántos números de 4 dígitos son pares y menores de 4000 se pueden formar?
6. Dada un baraja inglesa de 52 cartas (sin comodín).
 - (a) Encontrar de cuantas formas se pueden acomodar en círculo 5 cartas.
 - (b) Encontrar de cuantas formas se tiene un par de reyes, un as y otro par (sin reyes, ni ases).
7. Explicar bajo que principio y como lo aplica, para que en una escuela cada alumno tenga una pupitre de trabajo en todas sus clases.
8. Suponer que se tienen tres cestos de ropa sucia. Si se tienen 20 prendas sucias y éstas se reparten entre las 3 cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?
9. Suponer que se tienen n cestos de ropa sucia. Si se tienen m prendas sucias y éstas se reparten entre las n cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?
10. Sean $D = \{a, b, c, d\}$ y $R = \{1, 2, 3, 4\}$.
 - (a) Explicar y calcular el número de funciones inyectivas se pueden formar de D a R .
 - (b) Explicar y calcular el número de relaciones se pueden formar en $D \times R$.
 - (c) Para conjuntos de n elementos, con base en los incisos anteriores justificar, si es cierta la desigualdad: $2^{n^2} > n!$ (Sugerencia: identificar los términos con los cálculos de los incisos a) y b)).
11. Una cadena de tiendas tiene dos tiendas. la tienda 1 tiene un supervisor (Luis) y dos empleados propios (María y José). La tienda 2, tiene dos supervisores (Juan y Marta) y un empleado propios (Martín). El supervisor general de las dos tiendas es Adán (o sea Adán trabaja para la tienda 1 y la tienda).
 - (a) Explicar si la relación "empleado_de" (que significa que trabaja para la cadena o para alguna de las tiendas) es una relación de equivalencia para todos los empleados.

- (b) Explicar si la relación empleado_de_la_tienda (que significa que trabaja solamente para una de las tiendas) es una relación de equivalencia para los empleados de las tiendas.
- (c) Construir una familia de clases de todos los empleados para la cadena de tiendas.
- (d) Para la familia de clases del inciso anterior construir una relación de equivalencia.
12. Sea φ el conjunto vacío y $V_n = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq n\}$. Explicar y evaluar con falso o verdadero los siguientes enunciados:
- (a) El digrafo (V_n, ϕ) corresponde con un orden estricto total.
- (b) El digrafo (V_2, A_1) donde $A_1 = \{(x, y) \in V_3 \times V_3 \mid x = y + 1\}$ corresponde con un orden estricto parcial.
- (c) Los digrafos (V_i, R_i) y (V_j, R_j) corresponde a órdenes totales no estrictos entonces $(V_i \cap V_j, R_i \cap R_j)$ es un orden no estricto parcial.
- (d) Los digrafos (V_i, R_i) y (V_j, R_j) corresponde a órdenes totales no estrictos de la forma $x \leq y$ entonces $(V_i \cap V_j, R_i \cap R_j)$ es un orden no estricto total.
13. Cuantos órdenes estrictos y no estrictos totales se pueden construir con $V = \{a\}$.
14. Cuantos órdenes estrictos y no estrictos totales se pueden construir con $V = \{a, b, c\}$.
15. Cuantos ordenes no estrictos parciales se pueden construir con $V = \{a, b, c\}$ y cuantos elementos minimales y maximales tienen cada uno orden.
16. Para $V = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$.
- (a) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con los elementos minimales y maximales de ordenes estrictos parciales.
- (b) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con los elementos minimales y maximales de ordenes no estrictos parciales.
- (c) Explicar si se puede construir una relación de equivalencia de V con los elementos minimales y maximales de ordenes no estrictos totales.
17. Dado el conjunto $A = \{a, b, c\}$ construya todas las posibles familias de clases y sus respectivas relaciones de equivalencia.
18. Sean $R_1 = \{(a, 1), (a, 2), (b, 3)\}$ y $R_2 = \{(1, z), (3, y), (1, b)\}$.
- (a) Calcular los conjuntos bases e identificar a que producto cruz pertenecen.
- (b) Calcular la composición $R_1 \circ R_2$ e identificar el producto cruz al que pertenece.
- (c) Calcular la composición $R_2 \circ R_1$ e identificar el producto cruz al que pertenece.
19. Dada una función (f) de $V = \{a, b\}$ en V y una relación (R) que no es función de $V \times V$, explicar si las composiciones son función o relación y construir todas las composiciones $f \circ R$ y $R \circ f$.
20. Que técnicas o conceptos de Matemáticas Discretas se usan para organizar datos. Explicar con ejemplos.