112033 MATEMATICAS DISCRETAS
Docente: Dr. Carlos Barrón Romero
Lista de Ejercicios 2do examen Parcial
Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Comprender los principios básicos de la lógica de predicados.
- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

1. Verificar $\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. Verificar $\sum_{i=0}^{n} a^i = \frac{1-a^n}{1-a}$, donde $a \in \mathbb{R}$,$a \neq 0$.
3. Verificar $1 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.
4. Sea A={1,2,3,5}. Para todos los incisos no se permiten las repeticiones,
   (a) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?
   (b) ¿Cuántos números de 4 dígitos son pares y menores de 4000 se pueden formar?
5. Dada una baraja inglesa de 52 cartas (sin comodín). Con las cinco cartas en las manos.
   (a) Encontrar y explicar de cuantas formas se pueden acomodar en circulo 5 cartas.
   (b) Encontrar y explicar de cuantas formas se tiene un par de reyes, un as y otro par (sin reyes, ni ases).
   (c) Encontrar y explicar de cuantas formas se tiene un pokar.
6. Encontrar y explicar de cuantas formas pueden resultar tres tiradas de dados.
7. Encontrar y explicar de cuantas formas pueden resultar tres tiradas de dados, pero con dos de los tres dados con la misma cara.
8. Elegir y resolver 5 ejercicios del capítulo 6 de Combinatoria del libro de Verrajan.
9. Explicar bajo que principio y como lo aplica, para que en una escuela cada alumno tenga una pupitre de trabajo en todas sus clases.
10. Suponer que se tienen tres cestos de ropa sucia. Si se tienen 20 prendas sucias y estás se reparten entre las 3 cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?
11. Suponer que se tienen n cestos de ropa sucia. Si se tienen m prendas sucias y estás se reparten entre las n cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?
12. Sean D={a,b,c,d} y R={1,2,3,4}. Sean R e I dos conjuntos y $f : R \to I$ una función.f es inyectiva si las imagenes son distintas para dos elementos distintos, $f(x) \neq f(y) \Rightarrow x \neq y$. f es suprayectiva si para cualquier imagén de la función, existe un elemento en el rango del cual proviene: $f(y) \in I \Rightarrow \exists y \in R$. f es biyectiva si es inyectiva y suprayectiva. Una relación de R e I es cualquier subconjunto del producto cartesiano: $R \times I$.
    (a) Explicar y calcular el número de funciones inyectivas se pueden formar de D a R.
    (b) Explicar y calcular el número de relaciones se pueden formar en $D \times R$.
    (c) Para conjuntos de n elementos, con base en los incisos anteriores justificar, si es cierta la desigualdad: $2^{n^2} > n!$ (Sugerencia: identificar los términos con los cálculos de los incisos a) y b)).
    (d) Explicar que condición es necesaria entre los conjuntos R e I para tener para las funciones biyectivas.

(e) Para conjuntos de 4 elementos, explicar cuantas funciones biyectivas se pueden formar.

13. Explicar con ejemplos el uso de la combinatoria en áreas de la Ciencia de la Computación.

14. Una ficha de domino está formada por un cuadro negro pegado con un cuadro blanco.

    (a) Explicar como deben ser las dimensiones de los tableros de ajedrez con igual número de cuadros negros y de cuadros blancos. ¿Con cuantas fichas de domino se puede cubrir?

    (b) Explicar cual es la condición necesaria para que con fichas de un domino se pueda cubrir completamente un tablero de ajedrez.

    (c) Estimar de cuantas formas se pueden organizar las fichas de un domino sobre un tablero de ajedrez. Explicar con ejemplos solo los casos cuando esto se puede hacer.

    (d) Explicar cual es la condición necesaria para que la figura caballo del ajedrez pueda recorrer completamente un tablero.

    (e) Explicar cuales son las dimensiones mínimas de un tablero de ajedrez para que la figura caballo del ajedrez lo pueda recorrer completo sin repetir posiciones salvo quizás la primera y la última para el caso de un circuito.

    (f) Estimar cuantos recorridos distintos sin repetir posiciones por todo un tablero de 7x3 puede realizar la figura caballo del ajedrez.