

112033 MATEMÁTICAS DISCRETAS

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Lista de Ejercicios 2do examen Parcial

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución.

1. Verificar $\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

2. Verificar $\sum_{i=0}^n a^i = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$, donde $a \in \mathbb{R}, a \neq 1$.

3. Verificar $1 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.

4. Qué aplicaciones se tienen o usos encuentra para el Principio de Inducción Matemática. Dar una definición breve y explicar con ejemplos.

5. Sean $A_1 = \{a, b, c, 1\}$, $A_2 = \{1, 2, a, c\}$, $A_3 = \{a, c, 3\}$ y $\Omega = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ (el universo de contexto).

Calcular $|A| = \left| \bigcup_{i=1}^3 A_i \right|$ por el Principio de Inclusión y Exclusión.

6. Se tiene un grupo de 10 estudiantes (hombres y mujeres) de la UAM. De las 10 personas, siete son hombres y de los siete, cuatro y dos mujeres toman la materia Física. ¿Cuántas mujeres hay en el grupo de 10 estudiantes y cuántas no cursan la materia de Física?. Explicar su respuesta.

7. Sea $A = \{1, 2, 3, 5\}$. Para todos los incisos no se permiten las repeticiones,

(a) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?

(b) ¿Cuántos números de 4 dígitos son pares y menores de 4000 se pueden formar?

8. Dada un baraja inglesa de 52 cartas (sin comodín).

(a) Encontrar de cuántas formas se pueden acomodar en forma circular 5 cartas.

(b) Encontrar de cuántas formas se tiene un par de reyes, un as y otro par (sin reyes, ni ases).

9. Explicar bajo que principio y como lo aplica, para que en una escuela cada alumno tenga una pupitre de trabajo en todas sus clases.

10. Suponer que se tienen tres cestos de ropa sucia. Si se tienen 20 prendas sucias y éstas se reparten entre las 3 cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?

11. Suponer que se tienen n cestos de ropa sucia. Si se tienen m prendas sucias y éstas se reparten entre las n cestas, ¿cual es el número mínimo de prendas en alguna de las cestas?

12. Sean $D = \{a, b, c, d\}$ y $R = \{1, 2, 3, 4\}$.

(a) Explicar y calcular el número de funciones inyectivas se pueden formar de D a R .

(b) Explicar y calcular el número de relaciones se pueden formar en $D \times R$.

(c) Para conjuntos de n elementos, con base en los incisos anteriores justificar, si es cierta la desigualdad: $2^{n^2} > n!$ (Sugerencia: identificar los términos con los cálculos de los incisos a) y b)).

13. pág.337. Libro Veraajan. a) ¿De cuántas maneras es posible acomodar a 7 personas alrededor de una mesa circular? b) Si dos de ellas insisten en sentarse juntas, ¿cuántas formas hay de acomodar a las 7 personas? Explicar sus respuestas.

14. Si se tienen r objetos y se permite la repetición de objetos, a) ¿cuál es el número de permutaciones tamaño r ? y b) ¿Cuál es el número de combinaciones de tamaño r del conjunto de r objetos? Explicar sus respuestas.
15. ¿Cuántos posibles resultados se tienen al lanzar 5 dados? Explica su respuesta.
16. Se tienen 300 libros idénticos. ¿Cuántas formas hay de almacenarlos en tres almacenes? Explicar su respuesta.
17. pág. 338. Libro Veraajan. Con la base decimal. a) ¿cuántos números distintos de 7 dígitos contienen los dígitos 1 y 9 en cualquier posición? b) ¿En cuántos números de 4 dígitos aparecen consecutivos 36 o 63? Explicar sus respuestas.
18. Se va a elegir un comité de 6 personas de entre 10 hombres y 10 mujeres. a) ¿De cuántas formas se puede armar un comité sin restricciones? b) ¿De cuántas formas se puede armar un comité con el mismo número de hombres y de mujeres? c) ¿De cuántas formas se puede armar un comité con el número de hombres mayor al de mujeres? d) ¿De cuántas formas se puede armar un comité con el número de hombres menor al de mujeres? e) c) ¿De cuántas formas se puede armar un comité con al menos 4 hombres? Explicar sus respuestas.
19. Si 10 personas dejan sus llaves en un estacionamiento, ¿de cuántas formas se pueden entregar las llaves sin que ninguna persona reciba las suyas? Explicar su respuesta.
20. Con una baraja inglesa sin comodines. a) Calcular y explicar de cuántas formas se puede obtener en la mano un poker de cualquier figura. b) Calcular y explicar de cuántas formas se puede obtener en la mano un poker de ases. c) Calcular y explicar de cuántas formas se puede obtener en la mano dos pares de cualquiera figuras. Explicar sus respuestas.
21. Una pantalla tiene 20 píxeles de ancho y 40 de largo. Cada píxel puede representar intensidades de gris del 0 al 255. a) ¿Cuántas imágenes distintas se pueden tener en la pantalla? b) El ser humano solo puede distinguir cambios de intensidades con diferencia de promedio de intensidad de al menos 20 en pequeñas regiones de 4 por 4 píxeles. Construya un modelo que explique aproximadamente cuántas imágenes distintas distingue una persona.
22. ¿Qué aplicaciones se tienen o encuentra para la teoría combinatoria. Dar una definición breve y explicar con ejemplos.