112033 MATEMÁTICAS DISCRETAS — Docente: Dr. Carlos Barrón Romero
Tercer Examen Parcial — 3 de Diciembre de 2018

Nombre del alumno: ______________________________

Matrícula: ______________________________

Contestar todas las preguntas para obtener 10 de calificación. El valor de cada pregunta está entre "[", "]". Todas sus respuestas deben incluir una explicación o el desarrollo de su solución.

1. Dado el conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4\}$ y la matriz de adyacencia con costos $M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 10 & 30 \\ 3 & 1 & 1 & 10 \\ 10 & 1 & 1 & 4 \\ 30 & 10 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

   a) [0.5] Construir el grafo asociado con sus pesos en las aristas. b) [0.5] Construir un árbol de expansión mínimo del grafo.

2. [0.5] Explicar la fórmula ($h = \lfloor \log_2(n) \rfloor$, donde $\lfloor \cdot \rfloor$ es la parte entera) de la relación entre la altura (h) y el número de vértices (n) de un arból binario balanceado. Sugerencia: Dibujar los árboles binarios completos de altura 0,1,2,3,...

3. a) [0.5] Explicar como deben ser los conjuntos dominio (D) y rango (R) para construir una función biyectiva ($f : D \to R$), o sea una función inyectiva ($f(x) \neq f(y) \Rightarrow x \neq y$) y sobre ($\forall y \in R, \exists x \in D$, tal que $f(x) = y$), o sea, que asigne uno a uno a los elementos entre los conjuntos D y R. b) [0.5] Explicar cuantas funciones biyectivas se pueden construir entre los conjuntos apropiados D y R.

4. a) [0.5] Con los conjuntos de vértices $V_1 = \{8,4,3,12,6\}$ y $V_2 = \{b,c,d,e,f\}$ definir una función biyectiva entre ambos conjuntos que preserve el orden numérico y el orden alfabético. b) [0.5] Dibujar dos grafos isomorfos de los dos árboles binarios, balanceados y ordenados (usar la convensión de clase: subárbol izquierdo $<$ y subárbol derecho $\geq$) con los conjuntos de vértices dados y por su función biyectiva.

5. [1.0] Explicar si es o no posible construir un grafo de 3 vertices, tal que cada uno de sus vértices sea de grado 3. En caso afirmativo construir un ejemplo. Sugerencia: ¿Cuantas aristas tendría tal grafo?

6. Sea $A = \{a, b, c, d\}$. a) [0.5] Explicar, si es posible o no, y en caso afirmativo construir un ejemplo de una relación de equivalencia que divida al conjunto A en dos clases de número diferente de elementos. O sea, 1) $A = A_1 \cup A_2$, 2) $A_i \cap A_j = \phi, i \neq j$ y 3) $|A_1| \neq |A_2|$. b) [0.5] Explicar, si es posible o no, y en caso afirmativo construir un ejemplo de una relación de equivalencia que no divida al conjunto A en dos o más clases, sino que A sea la única partición.

7. [1.0] Sea $A = \{a, b, c\}$. Explicar cuantas relaciones de equivalencia generan una partición de A en dos clases y escribir todas las posibles particiones de subconjuntos de A. Sugerencia: usar combinaciones.

8. a) [0.25] Dibujar un ejemplo de un grafo completo y regular 2. b) [0.25] Dibujar un grafo regular 2 de un solo vértice. c) [0.25] Dibujar un ejemplo de un grafo completo y planar. d) [0.25] Dar un ejemplo de un grafo completo y no planar.

9. Dado el conjunto de vertices $V = \{b, a, d, c\}$ y la matriz de adyacencia $M = \begin{array}{c|cccc} & b & a & d & c \\ \hline b & 1 & 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$.

   a) [0.5] Dibujar el digrafo asociado. b) [1.0] Explicar si el digrafo asociado representa una relación de orden parcial. c) [1.0] Modificar el digrafo asociado para representar una relación de orden total sin alterar el orden de aparición de las letras en V, o sea respetar el "orden" b, a, d, c. Dibujar el digrafo modificado, escribir su matriz de adyacencia y escribir las todas relaciones de orden que representa el digrafo de orden total. Nota: Si considera que el ejercicio no tiene solución debe explicar sus argumentos.