

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Las preguntas del examen corto se indican con el símbolo  $\boxtimes$  a lo largo de todo el examen. Las preguntas de un parcial son todas las preguntas de esa sección.

Contestar todas las preguntas del examen y corto y de los parciales que debe recuperar para obtener 10 de calificación. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

Todas sus respuestas deben incluir una explicación o el desarrollo de su solución.

## 1er parcial

1. El universo de contexto es  $\Omega = \{a, h, m, 0, 1, 5\}$ . Se usan los conjuntos  $L = \{x \in \Omega | x \text{ es una letra}\}$  y  $D = \{x \in \Omega | x \text{ es un dígito}\}$ .

- (a) [0.5] Calcular  $L^c$ .
- (b)  $\boxtimes$ [0.5] Calcular  $\{a, h, m, 0, 5\} \setminus L$ .
- (c)  $\boxtimes$ [0.5] Calcular  $|\{a, m, 0, 1\}^3 \times \{a, h, m, 0, 1, 5\}^4|$ .
- (d)  $\boxtimes$ [0.5] Calcular  $\{(a, 0)\} \setminus (L \times \{0\})$ .
- (e)  $\boxtimes$ [0.5] Calcular  $(L \times D) \cap (D \times L)$ .
- (f) [0.5] Calcular  $P_3(\{(a, 1, c), (a, 1, b), (m, a, c), (a, b, c)\})$ .

2. [2.0] Demostrar por inducción matemática:  $\sum_{i=0}^n 3^i = (3^{n+1} - 1)/2$ .

3. [2.0] Sean  $A_1 = \{a, b, c\}$ ,  $A_2 = \{a, b, d\}$ . Calcular explícitamente todos los subconjuntos de las intersecciones y verificar que se cumple la igualdad  $|A| = \left| \bigcup_{i=1}^2 A_i \right|$  por el Principio de Inclusión y Exclusión.

4. [1.0] Calcular cuantas placas de autos se pueden formar con dos caracteres de letras y dígitos (en orden) de los conjuntos  $\{A, B, M, N\}$  y  $\{0, 1, 2, 3\}$ .

5. a) [1.0] Calcular cuantos grupos de 3 personas se pueden formar con los conjuntos de mujeres y hombres:  $\{\text{María, Juana, Ana}\}$  y  $\{\text{Daniel, Mario, Carlos}\}$  de forma que haya dos personas del mismo sexo. b) [1.0] Escribir dos ejemplos de tales grupos.

## 2er parcial

1. Se tiene un grupo de 10 estudiantes (hombres y mujeres). De las 10 personas, 6 son hombres. De los hombres, 4 de ellos y 3 mujeres toman la materia Química. a) [1.0] ¿Cuántas mujeres hay en el grupo de estudiantes? b) [1.0] ¿Cuántos hombres no cursan la materia de Química? c) [1.0] Explicar si puede haber o no, más de una respuesta a las preguntas anteriores con los datos dados.

2. Sea  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Para todos los incisos no se permiten las repeticiones de dígitos y considere que las cadenas son números, sin ceros a la izquierda.

- (a)  $\boxtimes$  [1.0] ¿Cuántos números de 4 y 2 dígitos se pueden formar y porqué?
- (b)  $\boxtimes$  [1.0] ¿Cuántos números de 3 dígitos son pares y  $\leq 200$  se pueden formar y porqué?
- (c) [1.0] ¿Cuántos números multiples de 10,  $\geq 100$  y  $< 200$  se pueden formar con los dígitos de  $A$ ?

3. Se va elegir un comité de 6 personas de entre 4 hombres y 4 mujeres. a)  $\boxtimes$  [1.0] ¿De cuantas formas se puede armar un comité sin restricciones? b) [1.0] ¿De cuantas formas se puede armar un comité con el número de hombres igual al de mujeres?
4. Tres parejas de esposos llegan a un baile. a)  $\boxtimes$  [1.0] Construya un modelo de todas las formas en que se pueden formar parejas de baile sin que ninguna pareja sea de esposos. b) [1.0] ¿Cuántas parejas de baile se pueden formar de manera que solo una pareja sea de esposos y las otras parejas no sean esposos? Sugerencia: Use un árbol de decisión o de alternativas

### 3er parcial

1. Dado el conjunto de vértices  $V = \{1, 2, 3\}$  y la matriz de adyacencia con costos  $M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 3 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .
- a) [0.5] Construir el grafo asociado con sus pesos en las aristas. b) [0.5] Construir un árbol de expansión mínimo del grafo.
2. a) [0.5] Con los conjuntos de vértices  $V_1 = \{8,4,12,0\}$  y  $V_2 = \{f,d,a,h\}$  definir una función biyectiva entre ambos conjuntos que preserve el orden numérico y el orden alfabético. b) [0.5] Dibujar dos grafos isomorfos de dos árboles binarios, balanceados y ordenados (usar la conversión de clase: subárbol izquierdo  $<$  y subárbol derecho  $\geq$ ) con los conjuntos de vértices dados y por su función biyectiva.
3. [1.0] Explicar condiciones sobre vértices y aristas de grafos que no se pueden construir. Sugerencia: ¿Cuántas aristas tendría tal grafo?
4.  $\boxtimes$  Sea  $A = \{a, b, c, d\}$  y  $R = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{c, d\}\}$ . a) [1.0] Explicar si  $R$  es una relación de equivalencia sobre el conjunto  $A$ . b) [1.0] Explicar, si es posible o no, y en caso afirmativo construir los conjuntos o clases de  $A$  correspondientes a la relación de equivalencia  $R$ .
5. [1.0] Sea  $A = \{a, b, c, d\}$ . Explicar cuántas relaciones de equivalencia generan una partición de  $A$  en tres clases y escribir todas las posibles particiones de subconjuntos de  $A$ . Sugerencia: usar combinaciones.

6. Dado el conjunto de vértices  $V = \{a, b, c, d, e\}$  y la matriz de adyacencia  $M = \begin{bmatrix} & a & b & c & d & e \\ b & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ a & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

- a)  $\boxtimes$  [1.0] Dibujar el digrafo asociado. b)  $\boxtimes$  [1.0] Explicar con detalles si el digrafo asociado representa una relación de orden parcial. c) [2.0] Modificar el digrafo asociado para representar una relación de orden total y explicar por qué representa un orden total. Dibujar el digrafo modificado. Escribir la matriz de adyacencia. Finalmente, escribir todas relaciones de orden que representa el digrafo de orden total. Nota: Si considera que el ejercicio no tiene solución debe explicar sus argumentos.