UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
Miércoles 29 de enero de 2020

1er. Examen de Introducción al Cálculo    Trimestre 19I    Dr. Carlos Barrón Romero
SOLUCIÓN M1
Todas las respuestas deben tener un desarrollo o justificación.

1. Un edificio rectangular tiene una altura de $5x$ metros. La base rectangular tiene $2.5x$ metros de largo y $2x$ metros de ancho. a) [2.0] Expresar el área de la superficie del edificio (techo, base y sus 4 caras) como una función de la variable $x$. b) [0.5] Calcular el área de la superficie cuando el edificio tiene 25 metros de altura.

   Respuesta.

   a) Base y techo: $2\left(2.5x\left(2x\right)\right) = 10x^2$.

   Caras frontal y trasera: $2\left(5x\left(2.5x\right)\right) = 25x^2$.

   Caras izq. der.$=2\left(5x\left(2x\right)\right) = 20x^2$.

   $S(x) = 55x^2$.

   b) $25 = 5x, x = 5$ y $S\left(5\right) = 1375\text{m}^2$.

2. Determinar el intervalo donde se cumplen cada una de las desigualdades:

   (a) [1.0] $2x^2 - 3x + 2 \geq 0$.Respuesta: $\mathbb{R}$

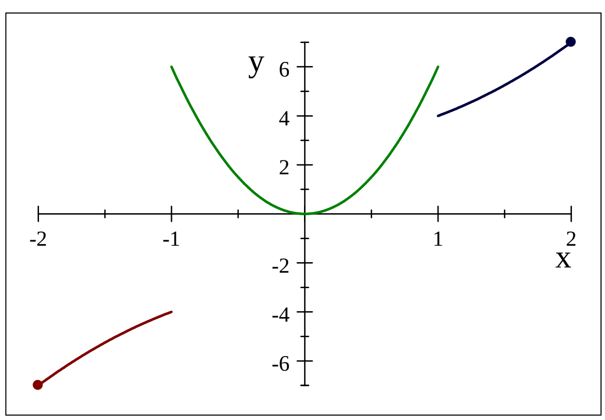
   (b) [0.5] $6x - 2 \leq -4x - \frac{3}{2}$. Respuesta: $\left(-\infty, \frac{1}{20}\right] = ( \ -\infty, \quad 0.05 \ ]$.

   (c) [1.0] $\left|3x - \sqrt{3}\right| \leq 6$. Respuesta: $\left[\frac{1}{3}\sqrt{3} - 2, \frac{1}{3}\sqrt{3} + 2\right] = [ \ -1.4226, \quad 2.5774 \ ]$.

3. Sea la función:

$$f\left(x\right) = \begin{cases} -x^2 - 3 & \text{si } x \in [-2, -1), \\ 6x^2 & \text{si } x \in (-1, 1), \\ x^2 + 3 & \text{si } x \in (1, 2]. \end{cases}$$

   (a) [0.5] Realizar un bosquejo de la gráfica.
   Respuesta.




   (b) [1.0] Determinar el dominio, el rango, las raíces o ceros y la paridad de $f$.
   Respuesta.
   $D_f = [-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2]$.
   $R_f = [-7, -4) \cup [0, 7]$.
   Raices: $x_0 = 0$.
   No tiene paridad par o impar por no ser simétrica.

(c) [1.0] Determinar los intervalos de monotonía y los intervalos donde $f(x)$ es menor o igual a cero y donde $f(x)$ es mayor a cero.

Respuesta.

Creciente de $[-2,-1), [0,1), (1,2]$.

Decreciente de $(-1,0]$.

$f(x)$ es menor o igual a cero: $[-2,-1) \cup \{0\}$.

$f(x)$ es mayor a cero: $(-1,0) \cup (0,1) \cup (1,2]$.

4. Sean las funciones $f(x) = \frac{x-1}{3x+2}$ y $g(x) = 5x+1$.

(a) [1.0] Determinar para $f(x)$ y $g(x)$ sus dominios, sus rangos y sus raíces.

Respuesta.

$D_f = R \setminus \{-\frac{2}{3}\}$, $R_f = R \setminus \{\frac{1}{3}\}$ y raices: $x_1 = 1$.

$D_g = R$, $R_g = R$, raices: $x_1 = -\frac{1}{5}$.

(b) [1.5] Determinar $(f \circ g)(x)$, $(f+g)(x)$ y $(gf)(x)$, sus raices y sus dominios.

Respuesta.

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(5x+1) = \frac{5x+1-1}{3(5x+1)+2} = \frac{5x}{15x+5} = \frac{x}{3x+1}$.

Raices: $x_1 = 0$. $D_{f \circ g} = R \setminus \{-1/3\}$.

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{x-1}{3x+2} + 5x + 1 = \frac{x-1+(5x+1)(3x+2)}{3x+2} = \frac{15x^2+14x+1}{3x+2}$.

$15x^2 + 14x + 1 = 0$.

Raices: $x_1 = \frac{1}{15}\sqrt{34} - \frac{7}{15} = -7.7937 \times 10^{-2}$

$x_2 = -\frac{1}{15}\sqrt{34} - \frac{7}{15} = -0.85540$.

$D_{f+g} = R \setminus \{-\frac{2}{3}\}$.

$(gf)(x) = f(x)g(x) = \frac{x-1}{3x+2}(5x+1) = \frac{(x-1)(5x+1)}{3x+2}$.

Raices: $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}$. $D_{gf} = R \setminus \{-\frac{2}{3}\}$.