

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
Miércoles 29 de enero de 2020

1er. Examen de Introducción al Cálculo Trimestre 19I

Dr. Carlos Barrón Romero

SOLUCIÓN M2

Todas las respuestas deben tener un desarrollo o justificación.

1. Un edificio rectangular tiene una altura de  $2x$  metros. La base rectangular tiene  $3.5x$  metros de largo y  $2x$  metros de ancho. a) [2.0] Expresar el área de la superficie del edificio (techo, base y sus 4 caras) como una función de la variable  $x$ . b) [0.5] Calcular el área de la superficie cuando el edificio tiene 20 metros de altura.

Respuesta.

a) Base y techo:  $2(3.5x(2x)) = 14x^2$

Caras frontal y trasera:  $2(2x(3.5x)) = 14x^2$

Caras izq. der.= $2(2x(2x)) = 8x^2$

$S(x) = 14x^2 + 14x^2 + 8x^2 = 36x^2$

b)  $20 = 2x, x = 10$  y  $S(10) = 3600$ .

2. Determinar el intervalo donde se cumplen cada una de las desigualdades:

(a) [1.0]  $2x^2 + 3x - 4 \leq 0$ , Respuesta:  $[-\frac{1}{4}\sqrt{41} - \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\sqrt{41} - \frac{3}{4}] = [-2.3508, 0.85078]$ .

(b) [0.5]  $6x - 2 \leq -4x - \frac{1}{2}$ . Respuesta:  $(-\infty, \frac{3}{20}] = (-\infty, 0.15]$ .

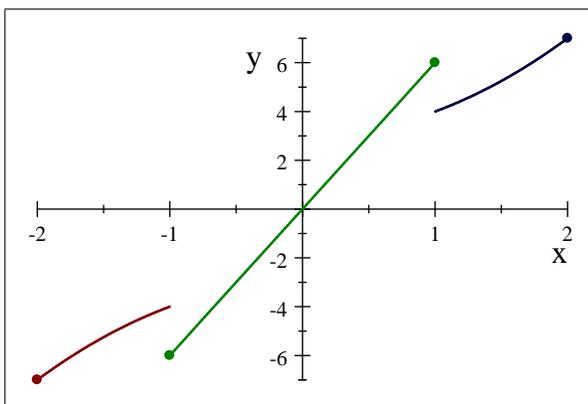
(c) [1.0]  $|3x - \sqrt{3}| \leq 6$ . Respuesta:  $[\frac{1}{3}\sqrt{3} - 2, \frac{1}{3}\sqrt{3} + 2] = [-1.4226, 2.5774]$ .

3. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3 & \text{si } x \in [-2, -1), \\ 6x & \text{si } x \in [-1, 1], \\ x^2 + 3 & \text{si } x \in (1, 2]. \end{cases}$$

- (a) [0.5] Realizar un bosquejo de la gráfica.

Respuesta.



- (b) [1.0] Determinar el dominio, el rango, las raíces o ceros y la paridad de  $f$ .

Respuesta.

$D_f = [-2, 2]$ .  $R_f = [-7, 7]$ . Raíces:  $x_1 = 0$ .

$f$  es impar por su simetría entre cuadrantes I y III.

- (c) [1.0] Determinar los intervalos de monotonía y los intervalos donde  $f(x)$  es menor o igual a cero y donde  $f(x)$  es mayor a cero.

Respuesta.

Creciente de  $[-2, -1], [-1, 1], (1, 2]$ .

$f(x)$  es menor o igual a cero en  $[-2, 0]$  y mayor a cero de  $(0, 2]$ .

4. Sean las funciones

$$f(x) = \frac{x-1}{3x+2} \text{ y } g(x) = 5x+1.$$

- (a) [1.0] Determinar para  $f(x)$  y  $g(x)$  sus dominios, sus rangos y sus raíces.

Respuesta.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}$ ,  $R_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\}$ , raíces:  $x_1 = 1$ .

$D_g = \mathbb{R}$ ,  $R_g = \mathbb{R}$ , raíces:  $x_1 = -\frac{1}{5}$ .

- (b) [1.5] Determinar  $(f \circ g)(x)$ ,  $(f+g)(x)$  y  $(gf)(x)$ , sus raíces y sus dominios.

Respuesta.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(5x+1) = \frac{5x+1-1}{3(5x+1)+2} = \frac{5x}{15x+5} = \frac{x}{3x+1}.$$

Raíces:  $x_1 = 0$ .  $D_{f \circ g} = \mathbb{R} \setminus \{-1/3\}$ .

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{x-1}{3x+2} + 5x+1 = \frac{x-1+(5x+1)(3x+2)}{3x+2} = \frac{15x^2+14x+1}{3x+2}.$$

$$15x^2 + 14x + 1 = 0.$$

$$\text{Raíces: } x_1 = \frac{1}{15}\sqrt{34} - \frac{7}{15} = -7.7937 \times 10^{-2}.$$

$$x_2 = -\frac{1}{15}\sqrt{34} - \frac{7}{15} = -0.85540.$$

$D_{f+g} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}$ .

$$(gf)(x) = f(x)g(x) = \frac{x-1}{3x+2} (5x+1) = \frac{(x-1)(5x+1)}{3x+2}.$$

Raíces:  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}$ .  $D_{gf} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}$ .