

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
Miércoles 29 de enero de 2020

1er. Examen de Introducción al Cálculo Trimestre 19I
SOLUCIÓN T3.

Dr. Carlos Barrón Romero

Todas las respuestas deben tener un desarrollo o justificación.

1. Determinar el intervalo donde se cumplen cada una de las desigualdades:

- (a) [1.0] $2x^2 - 3x + 2 \geq 0$. Respuesta: \mathbb{R}
(b) [0.5] $6x - 2 \leq -4x - 3$. Respuesta: $(-\infty, -\frac{1}{10}]$.
(c) [1.0] $|3x - \sqrt{5}| \leq 6$. Respuesta: $[\frac{1}{3}\sqrt{5} - 2, \frac{1}{3}\sqrt{5} + 2] = [-1.2546, 2.7454]$.

2. Sean las funciones

$$f(x) = \frac{x-3}{x+2} \text{ y } g(x) = 3x+4.$$

- (a) [1.0] Determinar para $f(x)$ y $g(x)$ sus dominios, sus rangos y sus raíces.

Respuesta.

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}, R_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} \text{ y raíces: } x_1 = 3.$$

$$D_g = \mathbb{R}, R_g = \mathbb{R}, \text{ raíces: } x_1 = -\frac{3}{4}.$$

- (b) [1.5] Determinar $(f \circ g)(x)$, $(f+g)(x)$ y $(gf)(x)$, sus raíces y sus dominios.

Respuesta.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+2) = \frac{3x+4-3}{3x+4+2} = \frac{3x+1}{3x+6}$$

$$\text{Raíces: } x_1 = -\frac{1}{3}. D_{f \circ g} = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{x-3}{x+2} + 3x+4 = \frac{11x+3x^2+5}{x+2}$$

$$11x + 3x^2 + 5 = 0.$$

$$\text{Raíces: } x_1 = \frac{1}{6}\sqrt{61} - \frac{11}{6} = -0.53163$$

$$x_2 = -\frac{1}{6}\sqrt{61} - \frac{11}{6} = -3.135$$

$$D_{f+g} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

$$(gf)(x) = f(x)g(x) = \frac{x-3}{x+2}(3x+4).$$

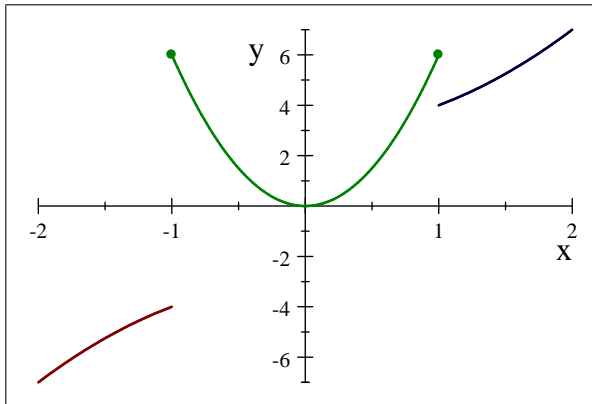
$$\text{Raíces: } x_1 = 3, x_2 = -\frac{4}{3}. D_{gf} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

3. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3 & \text{si } x \in (-2, -1), \\ 6x^2 & \text{si } x \in [-1, 1] \\ x^2 + 3 & \text{si } x \in (1, 2). \end{cases}$$

- (a) [0.5] Realizar un bosquejo de la gráfica.

Respuesta.



- (b) [1.0] Determinar el dominio, el rango, las raíces o ceros y la paridad de f .

Respuesta.

$$D_f = (-2, 2).$$

$$R_f = (-7, 4) \cup [0, 6] \cup (4, 7) = (-7, 4) \cup [0, 7).$$

$$\text{Raíces: } x_0 = 0.$$

No tiene paridad impar o par.

- (c) [1.0] Determinar los intervalos de monotonía y los intervalos donde $f(x)$ es menor o igual a cero y donde $f(x)$ es mayor a cero.

Respuesta.

$$\text{Creciente de } (-2, -1), [0, 1], (1, 2).$$

$$\text{Decreciente en } [-1, 0]$$

$$f(x) \text{ es menor o igual a cero: } (-2, -1) \cup \{0\}.$$

$$f(x) \text{ es mayor a cero: } [-1, 0), (0, 2).$$

4. Un edificio rectangular tiene una altura de $5x$ metros. La base rectangular tiene $2.5x$ metros de largo y $2x$ metros de ancho. a) [2.0] Expresar el área de la superficie del edificio (techo, base y sus 4 caras) como una función de la variable x . b) [0.5] Calcular el área de la superficie cuando el edificio tiene 25 metros de altura.

Respuesta.

$$\text{a) Base y techo: } 2(2.5x(2x)) = 10x^2$$

$$\text{Caras frontal y trasera: } 2(5x(2.5x)) = 25x^2$$

$$\text{Caras izq. der.} = 2(5x(2x)) = 20x^2$$

$$S(x) = 55x^2.$$

$$\text{b) } 25 = 5x, x = 5 \text{ y } S(5) = 1375\text{m}^2.$$