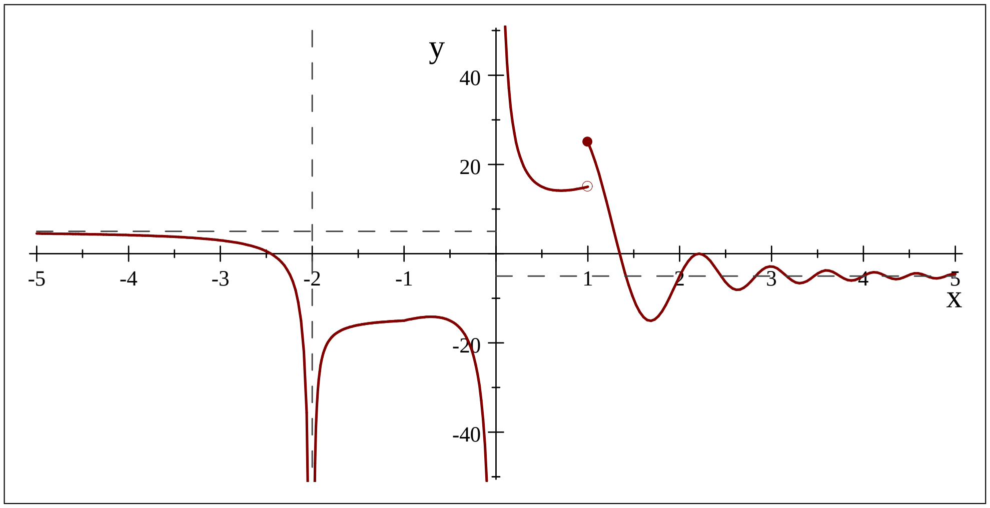
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
Miércoles 19 de febrero de 2020

Solución M1

1. Dada la gráfica de la funcion f por secciones:



   (a) [1.0] Determinar asíntotas verticales y horizontales.
   Respuesta.
   Horizontales: $y = 5$ (hacia $-\infty$), $y = -5$ (hacia ∞).
   Verticales: $x = -2$ (hacia $-\infty$), $x = 0$ (hacia $-\infty$ y ∞).

   (b) Determinar los límites:
   Respuesta.
   a) [0.5] $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5$. b) [0.5] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -5$.
   c) [0.5] $\lim_{x\to-2} f(x) = -\infty$. d) [0.5] $\lim_{x\to1^-} f(x) = 15$.
   e) [0.5] $\lim_{x\to1^+} f(x) = 25$. f) [0.5] $\lim_{x\to0} f(x)$, no existe.

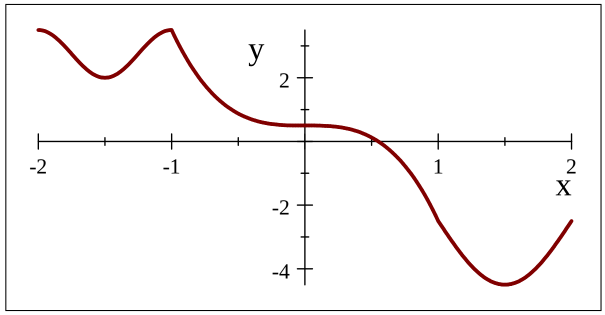
   (c) [0.5] Determinar las raices en el intervalo $(-\infty, +\infty)$.
   Respuesta. $x_1 = -2.5$, $x_2 = 1.4$, $x_3 = 2.2$.

2. Sea la función: $g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\cos^2(\pi x) + 2 & x \in [-2,-1), \\ -3x^3 + a & x \in [-1,1], \\ 2\sin(\pi x) + b & x \in (1,2]. \end{cases}$.

   (a) [0.5] Calcular $\lim_{x\to-1^-} g(x)$.
   Respuesta.
   $\lim_{x\to-1^-} g(x) = \lim_{x\to-1^-} \frac{3}{2}\cos^2(\pi x) + 2 = \frac{7}{2} = 3.5$.

   (b) [1.0] Calcular las constantes a, b para que la función g sea continua.
   Respuesta.
   $-3(-1)^3 + a = \frac{7}{2}$,
   $$a = \frac{1}{2}.$$
   $g(1) = -3(1)^3 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$.
   $2\sin(\pi(1)) + b = -\frac{5}{2}$,
   $$b = -\frac{5}{2}.$$

(c) [0.5] Bosquejar la gráfica de la la función g.



3. Calcular los límites:

Respuesta.

(a) [0.5] $\lim_{x\to 0} \frac{7\sin(2\pi x)}{\pi x}$ =14.

(b) [1.5] $\lim_{x\to 6} \frac{3x-\sqrt{52x+12}}{x^2-5x-6} = \frac{2}{9}$.

4. Sea función:

$$d(t) = \begin{cases} 3t+1 & x \in [0,1), \\ t^2+3 & x \in [1,2). \end{cases}$$

(a) [0.5] Calcular la tasa de cambio entre $t = 0.5$ y $t = 1.5$.

Respuesta.

$t_{1.5,0.5} = \frac{(1.5)^2+3-(3(0.5)+1)}{1.5-0.5} = \frac{5.25-2.5}{1} = 2.75$.

$d(1.5) = (1.5)^2 + 3 = 5.25$

$d(0.5) = 3(0.5) + 1 = 2.5$

(b) [1.0] Determinar la tasa de cambio instantánea en $t = \frac{1}{4}$.

Respuesta.

$d'(\frac{1}{4}) = \lim_{h\to 0} \frac{3\left(\frac{1}{4}+h\right)+1-\left[3\left(\frac{1}{4}\right)+1\right]}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3(h)}{h} = 3$.