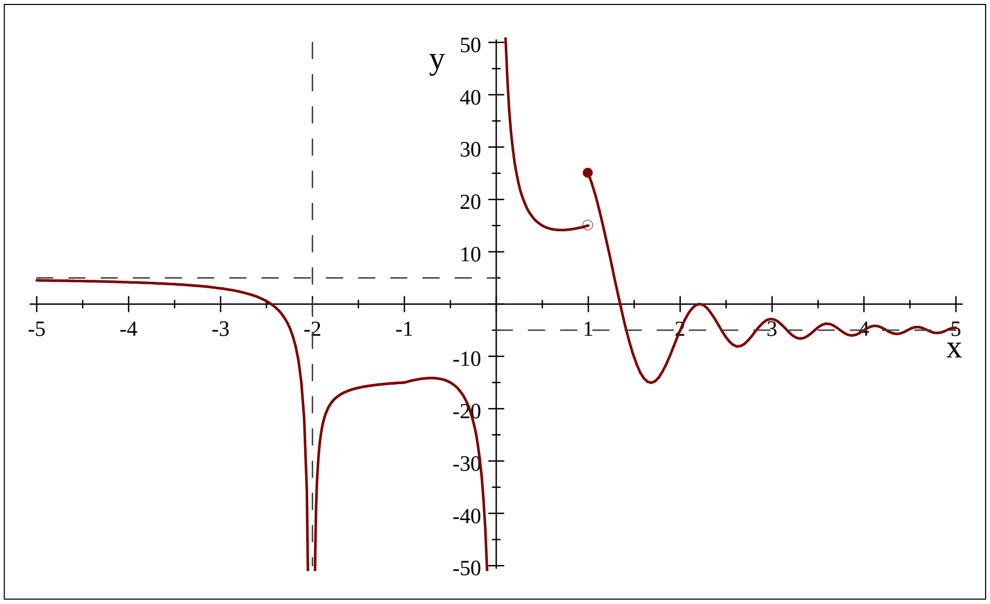
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
Miércoles 19 de febrero de 2020

Solución M2

1. Dada la gráfica de la funcion f por secciones:



(a) [1.0] Determinar asíntotas verticales y horizontales.
Respuesta.
Horizontales: $y = 5$ (hacia $-\infty$), $y = -5$ (hacia ∞).
Verticales: $x = -2$ (hacia $-\infty$), $x = 0$ (hacia $-\infty$ y ∞).

(b) Determinar los límites:
Respuesta.
a) [0.5] $\lim_{x\to\infty} f(x) = -5$. b) [0.5] $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$.
c) [0.5] $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5$. d) [0.5] $\lim_{x\to-2.5} f(x) = 0$.
e) [0.5] $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 15$. f) [0.5] $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$.

(c) [0.5] Determinar las raices en el intervalo $(0, 5)$.
Respuesta.
Respuesta. $x_1 = 1.4$, $x_2 = 2.2$.

2. Sea la función: $g(x) = \begin{cases} 3\cos^2(\pi x) + 2 & x \in [-2, 0), \\ -3x^3 + a & x \in [0, 1], \\ \frac{1}{2}\sin(\pi x) + b & x \in (1, 2]. \end{cases}$

(a) [0.5] Calcular $\lim_{x\to-0^-} g(x)$.
Respuesta.
$\lim_{x\to-1^-} g(x) = \lim_{x\to-1^-} 3\cos^2(\pi x) + 2 = 5.$

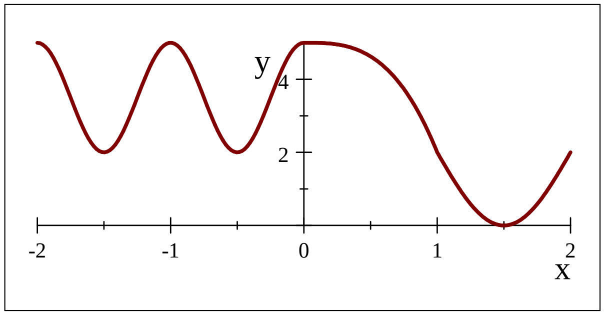
(b) [1.0] Calcular las constantes a, b para que la función g sea continua.
Respuesta.
$-3(0)^3 + a = 5,$

$$a = 5.$$

$g(1) = -3(1)^3 + 5 = 2$
$2\sin(\pi(1)) + b = 2,$

$$b = 2.$$

(c) [0.5] Bosquejar la gráfica de la la función g.



3. Calcular los límites:

   (a) [0.5] $\lim_{x\to 0} \frac{3\sin(2\pi x)}{2\pi x}$ =3.

   (b) [1.5] $\lim_{x\to 5} \frac{3x-\sqrt{44x+5}}{x^2+x-30} = \frac{23}{165} = 0.139\,39$.

4. Sea función:

$$d(t) = \begin{cases} 2t+1 & x \in [0,1), \\ t^2+2 & x \in [1,2). \end{cases}$$

   (a) [0.5] Calcular la tasa de cambio entre $t = 0.25$ y $t = 1.25$.
   Respuesta.
   $t_{1.25,0.25} = \frac{(1.25)^2+2-(2(0.25)+1)}{1.25-0.25} = \frac{3.5625-1.5}{1} = 2.\,062\,5$.
   $d(1.25) = (1.25)^2 + 2 = 3.\,562\,5$
   $d(0.25) = 2(0.25) + 1 = 1.\,5$

   (b) [1.0] Determinar la tasa de cambio instantánea en $t = \frac{1}{2}$.
   Respuesta.
   $d'(\frac{1}{2}) = \lim_{h\to 0} \frac{2\left(\frac{1}{2}+h\right)+1-\left[2\left(\frac{1}{2}\right)+1\right]}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2(h)}{h} = 2$.