

Solución M3

1. Sea la función: $g(x) = \begin{cases} 3 \cos^2(\pi x) + 2 & x \in [-2, 0), \\ -3x^3 + a & x \in [0, 1], \\ \frac{1}{2} \sin(\pi x) + b & x \in (1, 2]. \end{cases}$

(a) [0.5] Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$.

Respuesta.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 3 \cos^2(\pi x) + 2 = 5$$

(b) [1.0] Calcular las constantes a, b para que la función g sea continua.

Respuesta.

$$-3(0)^3 + a = 5,$$

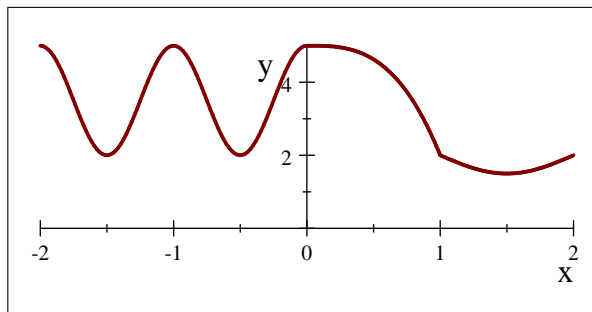
$$a = 5.$$

$$g(1) = -3(1)^3 + 5 = 2$$

$$2 \sin(\pi(1)) + b = 2,$$

$$b = 2.$$

(c) [0.5] Bosquejar la gráfica de la la función g .



2. Calcular los límites:

Respuesta.

(a) [0.5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(2\pi x)}{2\pi x} = 3.$

(b) [1.5] $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - \sqrt{44x+5}}{x^2 + x - 30} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - \sqrt{44x+5}}{x^2 + x - 30} \left(\frac{3x + \sqrt{44x+5}}{3x + \sqrt{44x+5}} \right) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{9x^2 - 44x - 5}{(x+6)(x-5)(3x + \sqrt{44x+5})} =$
 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(9x+1)(x-5)}{(x+6)(x-5)(3x + \sqrt{44x+5})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(9x+1)}{(x+6)(3x + \sqrt{44x+5})} = \frac{(9(5)+1)}{(5+6)(3(5) + \sqrt{44(5)+5})} = \frac{46}{(11)(15 + \sqrt{220+5})} =$
 $\frac{46}{(11)(15 + \sqrt{225})} = \frac{46}{(11)(15+15)} = \frac{46}{(11)2(15)} = \frac{23}{(11)(15)} = \frac{23}{165} = 0.13939.$

3. Sea función:

$$d(t) = \begin{cases} 2t + 1 & x \in [0, 1), \\ t^2 + 2 & x \in [1, 2). \end{cases}$$

(a) [0.5] Calcular la tasa de cambio entre $t = 0.25$ y $t = 1.25$.

Respuesta.

$$t_{1.25, 0.25} = \frac{(1.25)^2 + 2 - (2(0.25) + 1)}{1.25 - 0.25} = \frac{3.5625 - 1.5}{1} = 2.0625.$$

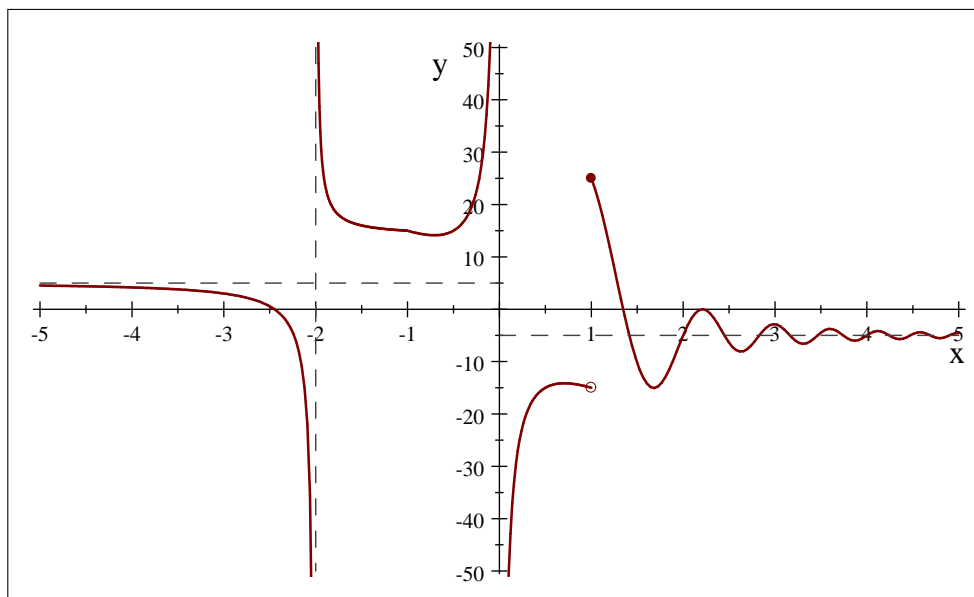
$$d(1.25) = (1.25)^2 + 2 = 3.5625$$

$$d(0.25) = 2(0.25) + 1 = 1.5$$

(b) [1.0] Determinar la tasa de cambio instantánea en $t = \frac{1}{4}$.

$$d'(\frac{1}{4}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(\frac{1}{4} + h) + 1 - [2(\frac{1}{4}) + 1]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(h)}{h} = 2.$$

4. Dada la gráfica de la función f por secciones:



(a) [1.0] Determinar asíntotas verticales y horizontales.

Respuesta.

Horizontales: $y = 5$ (hacia $-\infty$), $y = -5$ (hacia ∞).

Verticales: $x = -2$ (hacia $-\infty$ y ∞), $x = 0$ (hacia $-\infty$ y ∞).

(b) Determinar los límites:

Respuesta.

a) [0.5] $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -5$. b) [0.5] $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \infty$.

c) [0.5] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$. d) [0.5] $\lim_{x \rightarrow -2.5} f(x) = 0$.

e) [0.5] $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -15$. f) [0.5] $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

(c) [0.5] Determinar las raíces en el intervalo $(-\infty, \infty)$.

Respuesta. $x_1 = -2.5$, $x_2 = 1.4$, $x_3 = 2.2$.