

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
Miércoles 19 de febrero de 2020

Solución M4

1. Sea la función: 
$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \cos^2(\pi x) + 2 & x \in [-2, -1), \\ -3x^3 + a & x \in [-1, 0], \\ 2 \sin(\pi x) + b & x \in (0, 2]. \end{cases}$$

(a) [0.5] Calcular  $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$ .

Respuesta.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3}{2} \cos^2(\pi x) + 2 = \frac{7}{2}$$

(b) [1.0] Calcular las constantes  $a, b$  para que la función  $g$  sea continua.

Respuesta.

$$-3(-1)^3 + a = \frac{7}{2},$$

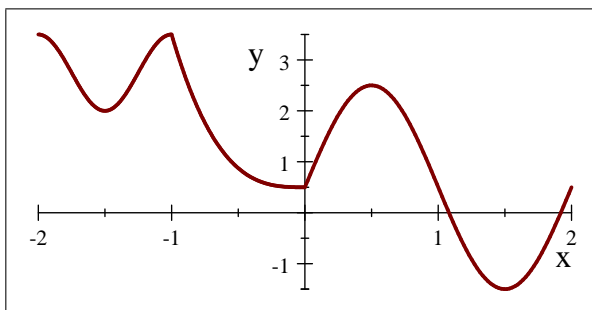
$$a = \frac{1}{2}.$$

$$g(0) = -3(0)^3 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$2 \sin(\pi(0)) + b = \frac{1}{2},$$

$$b = \frac{1}{2}.$$

(c) [0.5] Bosquejar la gráfica de la la función  $g$ .



2. Calcular los límites:

(a) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin(2\pi x)}{\pi x} = 14.$

(b) [1.5]  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - \sqrt{52x + 12}}{x^2 - 5x - 6} = \frac{2}{9}.$

3. Sea función:

$$d(t) = \begin{cases} 3t + 1 & x \in [0, 2), \\ t^2 + 3 & x \in [2, 4). \end{cases}$$

(a) [0.5] Calcular la tasa de cambio entre  $t = 1.5$  y  $t = 2.5$ .

$$t_{2.5, 1.5} = \frac{(2.5)^2 + 3 - (3(1.5) + 1)}{1.5 - 0.5} = \frac{9.25 - 5.5}{1} = 3.75$$

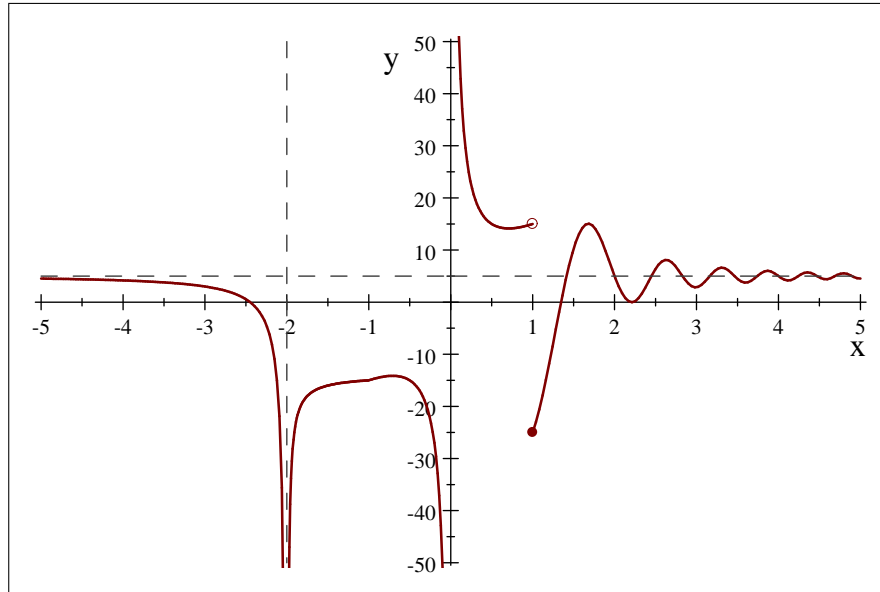
$$d(2.5) = (2.5)^2 + 3 = 9.25$$

$$d(1.5) = 3(1.5) + 1 = 5.5$$

(b) [1.0] Determinar la tasa de cambio instantánea en  $t = \frac{5}{3}$ .

$$d'(\frac{5}{3}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(\frac{5}{3} + h) + 1 - [3(\frac{5}{3}) + 1]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(h)}{h} = 3.$$

4. Dada la gráfica de la función  $f$  por secciones:



(a) [1.0] Determinar asíntotas verticales y horizontales.

Respuesta.

Horizontales:  $y = 5$  (hacia  $-\infty$  y  $\infty$ ).

Verticales:  $x = -2$  (hacia  $-\infty$ ),  $x = 0$  (hacia  $-\infty$  y  $\infty$ ).

(b) Determinar los límites:

a) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ . b) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ .

c) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ . d) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 15$ .

e) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -25$ . f) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  no existe.

(c) [0.5] Determinar las raíces en el intervalo  $(0, +\infty)$ .

Respuesta.  $x_1 = 1.4$ ,  $x_2 = 2.2$ .