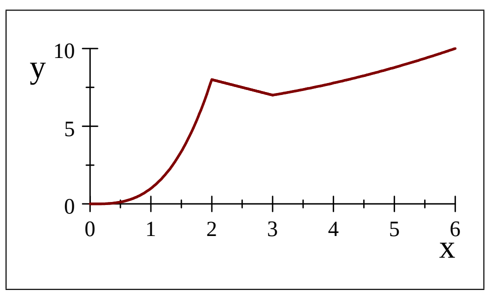
Introducción al Cálculo
Profesor: Carlos Barrón Romero
Lista 1 de ejercicios para el 3er parcial y el examen global.
Justificar todas sus respuestas.

Tercera parte.

1. Determinar las constantes a, b, c para que la siguiente función siguiente sea continua en su dominio.
$$d(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < -3, \\ ax+b & x \in [-3,3), \\ c & x = 3, \\ x^2+3 & x > 3. \end{cases}.$$
Note que se requiere resolver los casos
I) $\lim_{x\to -3^-} d(x) = \lim_{x\to -3^+} d(x)$.
II) $\lim_{x\to 3^-} d(x) = \lim_{x\to 3^+} d(x)$.
III) $\lim_{x\to 3} d(x)$.

2. Sea la función:
$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \in [0,2), \\ 10-|x| & \text{si } x \in [2,3) \\ 6+\frac{1}{9}x^2 & \text{si } x \in [3,6]. \end{cases}$$



   (a) Determinar los puntos donde no existe la derivada de f.
   (b) Determinar las tasas de cambio en a) $x_1 = 1$ y $x_2 = 2.5$,a) $x_3 = 1$ y $x_4 = 4$.
   (c) Usando la definición de derivada, determinar las tasas de cambio instantanea en a) $x_1 = 1$, b) $x_2 = 2.5$,c) $x_3 = 4$.

3. Usando la definición de derivada, determinar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta perpendicular para la función $f(x) = -\frac{4x}{x^2+1}$ en los puntos a) $(2, f(2))$ y b) $(1, f(1))$.
Note que $\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{12}{25} = \frac{12}{25}$ y $\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 0$.

4. Determinar los intervalos de continuidad clasificar los puntos de discontinuidad de la función: $g(x) = \frac{2x^2-5x-3}{x^2+\frac{15}{2}x+\frac{7}{2}}$.
Sugerencia: Calcular los factores de los polinomios.

Segunda parte.

1. Calcular

   a) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x}{x^2+3x-4}=\frac{2}{5}$. b) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+4}}=2$. b) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(4x)}{7x}=\frac{4}{7}$.

2. Para la función $f(x)=\frac{x^2+9x}{x^2+4x-5}$, obtener: a) dominio, b) raices, c) asintotas verticales y horizontales, d) bosquejo de la gráfica de f.

   Sugerencia: Calcular los factores de los polinomios.

3. Para la función $f(x)=\begin{cases} 2x+5 & x<-2, \\ -x^2+3 & x\in[-2,1), \\ 6-3x & x>1. \end{cases}$.

   Determinar los límites y justificar si existen o no existen.

   a) $\lim_{x\to -3} f(x)$. b) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$. c) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$. d) $\lim_{x\to -2} f(x)$. e) $\lim_{x\to 1} f(x)$. f) $\lim_{x\to 2} f(x)$.

Primera parte.

1. Determinar el intervalo donde se cumple cada una de las desigualdades:

   (a) $x^2-5x\leq 6+3x$. Respuesta: $\left[-\sqrt{22}+4,\sqrt{22}+4\right]$

   (b) $\frac{3x-7}{x-4}\leq 0$. Respuesta: $\left[\frac{7}{3},4\right)$

   (c) $|3x-5|\leq\frac{8}{3}$. Respuesta: $\left[\frac{7}{9},\frac{23}{9}\right]$.

2. Sean las funciones

   $$f(x)=\sqrt{9x-4} \text{ y } g(x)=|2x-3|.$$

   Determinar $(f\circ g)(x)$, $(gf)(x)$ y $(g/f)(x)$ y sus dominios.

3. Determinar la paridad de las funciones: a) $f(x)=\frac{7}{x^3}$. b) $g(x)=\cos(\pi x)+1$. c) $h(x)=x^3-\frac{1}{5}$.

4. Un envase cilindríco tiene radio r y su altura es $2r$. a) Expresar el área de la superficie del envase (base, tapa y cara lateral) en función de la variable r. b) Calcular el área para una altura $=4$.