Introducción al Cálculo
Profesor: Carlos Barrón Romero
Lista 2 de ejercicios para el 3er parcial y el examen global.
Justificar todas sus respuestas.

Tercera parte.

1. Para la siguiente función: a) Determinar los intervalos de continuidad, b) clasificar los puntos de discontinuidad, c) estimar las asintotas horizontales y verticales; y d) bosquejar su gráfica.

$$g(x) = \frac{-3x^2 - 25x - 28}{4x^2 + 29x + 7}.$$

2. a) Determinar las constantes a y b para que la siguiente función siguiente sea continua en su dominio y b) bosquejar su gráfica.

$$d(x) = \begin{cases} \sin(\pi x) + a & x < -1, \\ 2 - \cos(\pi x) & x \in [-1, 2), \\ -\sin(\pi x) + b & x > 2. \end{cases} .$$

3. Sea la función:

$$f(t) = \begin{cases} 2t^2 & \text{si } t \in [0, 1), \\ 10 - 8t & \text{si } t \in [1, 2) \\ -14 + t^3 & \text{si } t \in [2, 4]. \end{cases}$$

   (a) Describir el movimiento de una partícula que se mueve como indica la función f sobre el eje X. Es decir, indicar cuanto se mueve a la derecha, donde se invierte su movimiento para ir a la izquierda, así hasta terminar en $t = 4$.
   (b) Determinar la tasa de cambio promedio entre $t_1 = 0.5$ y $t_2 = 2$.
   (c) Usando la definición de derivada, determinar las tasas de cambio instantanea (justificar en caso de que no existiera) en a) $x_1 = 0.5$, b) $x_2 = 2$.

4. Encontrar un intervalo de longitud $\frac{1}{4}$ o menor, que contenga al menos una raíz de la función $f(x) = \cos(\pi x) - \frac{1}{2} + x$.

5. Usando la definición de derivada, determinar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta perpendicular para la función $f(x) = \sqrt{4x + 1}$ en los puntos a) $(0, f(0))$ y b) $(2, f(2))$.

Segunda parte.

1. Calcular
   a) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan^2(\pi x)}{x \sin(\pi x)} = \pi$. b) $\lim_{x\to -2} \frac{2+x}{2-\sqrt{x^2}} = 1$.

2. Para la función $f(x) = \frac{-2x}{\sqrt{3-x^2}}$, obtener: a) dominio, b) determinar la paridad, c) raices, d) asintotas verticales y horizontales, e) bosquejo de la gráfica de f.

3. Para la función $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$.

   Realizar un bosquejo de la función, incluyendo las graficas de los pasos: 1) $\sin(x)$, 2) traslación del origen: $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, 3) amplificación: 3sin $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ y 4) traslación en el eje Y: $-3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$.

Primera parte.

1. Sean las funciones
$$f(x) = \sqrt{9 - x^3} \text{ y } g(x) = \frac{3 + x^2}{x^2 - 4}.$$

   a) Determinar sus dominios y sus raices.

   b) Determinar $(f \circ g)(x)$, $(gf)(x)$ y $(g/f)(x)$, sus dominios y c) sus raices.

2. Determinar la paridad de las funciones: a) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{36 - x^2}}$. b) $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}}$. c) $h(x) = 2x - \frac{1}{5}$.

3. Un rectángulo está inscrito en una circunsferencia de radio. a) Expresar el área del rectángulo en función del ancho. b) Calcular el área de un rectángulo inscrito cuyo largo es el doble del ancho con radio $= 4$.c) Calcular el área de un cuadrado inscrito con radio $= 4$.