

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
Examen Recuperación de Introducción al Cálculo

Trimestre 19O

PEER

6 mayo de 2020

Instrucciones. Anote en la hoja de inicio de sus respuestas su matrícula y su nombre completo. Al terminar su examen, transcriba y firme la siguiente declaración en la hoja final de su examen:

Miércoles 6 de mayo de 2020. Yo, _____ (escriba su nombre), _____ (escriba su matrícula) de la UAM Azcapotzalco, declaro haber contestado de forma independiente y honesta el examen de Recuperación de Introducción al Cálculo.

Firma

Anote y transcriba las preguntas en sus hojas de respuestas. Todas las respuestas deben tener su desarrollo o justificación.

1. [10%] Sean las funciones $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$ y $g(x) = \sqrt{x^2 - 2}$.
 - (a) Determinar el dominio y la paridad de f y g .
 - (b) Determinar $(f \circ g)(x)$, su dominio y su paridad.
2. [10%] Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \in [-2, -1), \\ 2x^3 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ -x & \text{si } x \in (1, 2]. \end{cases}$$

- (a) Realizar un bosquejo de la gráfica.
 - (b) Determinar el dominio, el rango, las raíces o ceros y la paridad de f .
 - (c) Determinar los intervalos de monotonía y los intervalos donde $f(x)$ es menor o igual a cero y donde $f(x)$ es mayor a cero.
3. [10%] Un edificio rectangular tiene una altura de $5x$ metros. La base rectangular tiene $4.5x$ metros de largo y $2x$ metros de ancho. a) Expresar el área de la superficie del edificio (techo, base y sus 4 caras) como una función de la variable x . b) Calcular el área de la superficie cuando el edificio tiene 25 metros de altura.

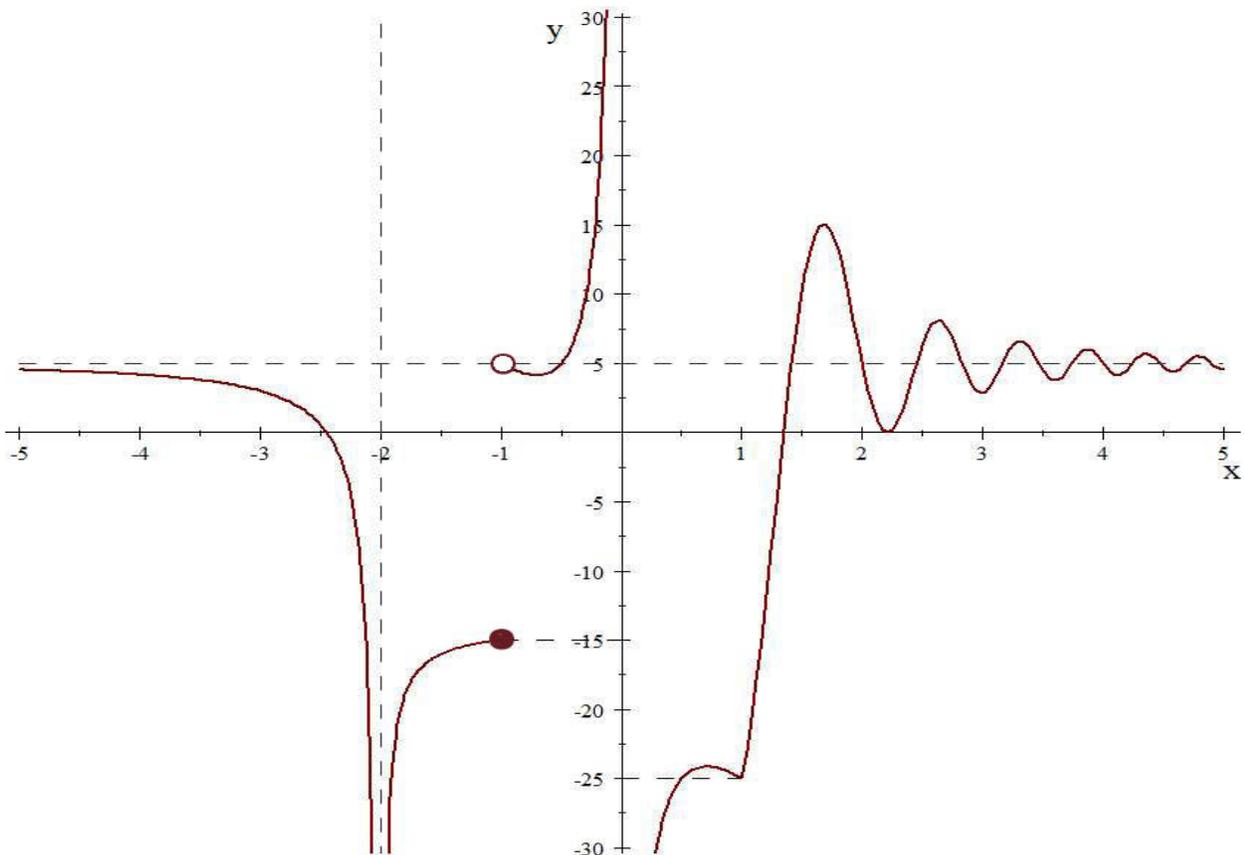
4. [10%] Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - \sqrt{52x + 12}}{x^2 - 5x - 6}$. (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{2 \tan^3(3x)}$. (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \sqrt{x^2 - 5x + 6}}{2x + 3}$.

5. [10%] Realizar un bosquejo de la función en $[-\pi, \pi]$:

$$g(x) = -4 \cos(2x + \pi) + 2.$$

6. [10%] Dada la gráfica de la función f por secciones:



(a) Determinar asíntotas verticales y horizontales.

(b) Determinar los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$,
e) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, h) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

7. [20%] Sea la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 8}.$$

Obtener:

- (a) Dominio, raíces o ceros y la paridad de la función.
- (b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y de las asíntotas verticales.
- (c) Rango, los intervalos de monotonía e intervalos donde $f(x) \leq 0$.
- (d) Los intervalos de continuidad y clasificar sus discontinuidades. Si las discontinuidades son removibles definir la función adecuadamente para volverla continua.
- (e) Realizar un bosquejo de la gráfica de la función.

8. [10%] Sea la función: $g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \cos^2(\pi x) + 2 & x \in [-2, -1), \\ -3x^3 + a & x \in [-1, 0], \\ 2 \sin(\pi x) + b & x \in (0, 2]. \end{cases}$

Obtener los valores de a y b para que la función $f(x)$ sea continua en su dominio.

9. [10%] Sea la función: $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Usando la definición de derivada, determinar la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto $(1, f(1))$.