

SOLUCION

Instrucciones. Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]"". Los puntos del examen son 10.

El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Describir, interpretar e ilustrar los modelos teóricos de cómputo.
- Describir los conceptos de lenguaje formal y gramática.
- Reconocer y diferenciar las clases de lenguajes formales asociadas con cada modelo teórico de cómputo.

Definir  $\Sigma$  el alfabeto para la primera pregunta del examen con la primera vocal y primera consonante de su primer nombre de pila y el dígito de mayor valor de su matrícula. Note  $|\Sigma| = 3$

1. Construir dos modelos, los más sencillos o adecuados de acuerdo al lenguaje que se trate, uno de tipo estructural (ER, o una gramática) y el otro un mecanismo o de tipo funcional (autómata de pila o  $AFD, AFN, AFN - \epsilon$ ) para los conjuntos:

- (a) [2.0]  $C_1 = \{d^n s d^n \mid s \in \Sigma, s \text{ es una vocal o } s \text{ es una consonante, } d \in \Sigma, d \text{ es un dígito, } n \geq 1, n \in \mathbb{N}\}$ .
- (b) [2.0]  $C_2 = \{d^n c d^m \mid c \in \Sigma \text{ es una consonante, } d \in \Sigma, d \text{ es un dígito, } n \geq 1, m \geq 1, n, m \in \mathbb{N}\}$ .
- (c) [2.0] Sea  $C_1 \cup (\mathbf{v} + \mathbf{c} + \mathbf{d})^*$  donde  $v, c, d \in \Sigma, v$  es una vocal,  $c$  una consonante y  $d$  un dígito.
- (d) [2.0] Sea  $C_1 \cap C_2$ .

RESPUESTAS.

Tomando por ejemplo  $\Sigma = \{c, a, 9\}$

1.a) Note que  $C_1 = \{9a9, 9c9, 99a99, 99c99, \dots\}$ .

Se trata de un lenguaje independiente de contexto.

Una gramática libre de contexto y un autómata de pila determinístico son adecuados para reconocerlo.

Un autómata de pila determinístico para  $C_1$  es  $APD = (q_0, \Sigma, Q, \delta)$  donde

$Q = \{q_0, q_1\}$ ,

Pila  $P = \phi$ ,

$\delta : Q \times \Sigma \times Op(P) \rightarrow Q$

$Q$	$\Sigma$	$Op(P)$	$Q$
$q_0$	9	$P.push(9)$	$q_1$
$q_1$	9	$P.push(9)$	$q_1$
$q_1$	a		$q_2$
$q_1$	c		$q_2$
$q_2$	9	$P.pop(9)$	$q_2$

Una gramática independiente del contexto para  $C_1$  es la siguiente  $G = (\langle I \rangle, \Sigma, M, R)$  donde

$M = \{\langle I \rangle, \langle L \rangle, \langle 9 \rangle\}$  y

$R = \{\langle I \rangle \equiv \langle 9 \rangle \langle L \rangle \langle 9 \rangle;$

$\langle L \rangle \equiv \langle 9 \rangle \langle L \rangle \langle 9 \rangle;$

$\langle L \rangle \equiv a|c;$

$\langle 9 \rangle \equiv 9\}$ .

1.b) Note que  $C_2 = \{9c9, 9c99, 99c9, 99c99, \dots\}$ .

Se trata de una expresión regular. Por lo que una ER y un AFD son adecuados.

La ER es  $99^*c99^*$ .

Un autómata de finito determinístico para  $C_2$  es  $AFD=(q_0, \Sigma, Q, F, \delta)$  donde

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$F = \{q_2\},$$

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

$Q$	$\Sigma$	$Q$
$q_0$	9	$q_0$
$q_0$	c	$q_1$
$q_1$	9	<u><math>q_2</math></u>
$q_1$	9	<u><math>q_2</math></u>

1.c) Note que  $C_1 \cup (\mathbf{v} + \mathbf{c} + \mathbf{d})^* = (\mathbf{v} + \mathbf{c} + \mathbf{d})^*$ .

Es un lenguaje regular y la ER es  $(\mathbf{v} + \mathbf{c} + \mathbf{d})^*$ .

Un autómata de finito determinístico para  $(\mathbf{v} + \mathbf{c} + \mathbf{d})^*$  es  $AFD=(q_0, \Sigma, Q, F, \delta)$  donde

$$Q = \{q_0\}$$

$$F = \{q_0\},$$

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

$Q$	$\Sigma$	$Q$
$q_0$	a	<u><math>q_0</math></u>
$q_0$	c	<u><math>q_0</math></u>
$q_0$	9	<u><math>q_0</math></u>

1.d) Como  $C_1 \cap C_2 = \{9^n c 9^n \mid n \geq 1, n \in \mathbb{N}\} = R$ , la respuesta es similar a la del inciso 1.a).

$R$  es un lenguaje independiente del contexto.

Una gramática libre de contexto y un autómata de pila determinístico son adecuados para reconocerlo.

Un autómata de pila determinístico para  $R$  es  $APD=(q_0, \Sigma, Q, \delta)$  donde

$$Q = \{q_0, q_1\},$$

$$\text{Pila } P = \phi,$$

$$\delta : Q \times \Sigma \times Op(P) \rightarrow Q$$

$Q$	$\Sigma$	$Op(P)$	$Q$
$q_0$	9	$P.\text{push}(9)$	$q_1$
$q_1$	9	$P.\text{push}(9)$	$q_1$
$q_1$	c		$q_2$
$q_2$	9	$P.\text{pop}(9)$	$q_2$

Una gramática independiente del contexto para  $R$  es la siguiente  $G = (\langle I \rangle, \Sigma, M, R)$  donde

$$M = \{\langle I \rangle, \langle L \rangle, \langle 9 \rangle\} \text{ y}$$

$$R = \{\langle I \rangle \equiv \langle 9 \rangle \langle L \rangle \langle 9 \rangle;$$

$$\langle L \rangle \equiv \langle 9 \rangle \langle L \rangle \langle 9 \rangle;$$

$$\langle L \rangle \equiv c;$$

$$\langle 9 \rangle \equiv 9\}.$$

2. [2.0] Suponga que tiene un número de matrícula de la UAM en una cinta de una máquina de Turing (MT). Construir una MT que cuando detecte o reconozca el número de su matrícula salte una celda y después escriba su primer nombre, o en otro caso, se detenga sobre el dígito que no coincide con su matrícula. Realice una prueba de escritorio para mostrar que su MT funciona como se indica. Definir y escribir  $\Sigma$  el alfabeto adecuado para su MT.

RESPUESTA.

Suponga que se tiene la matrícula es 7221356 y el primer nombre es carlos.

La  $MT = (q_0, \Sigma, Q, \delta)$  es

$$\Sigma = \{1, 2, 3, 5, 67, a, c, l, o, r, s\},$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_{14}\},$$

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times M$$

$Q$	$\Sigma$	$Q$	$\Sigma$	$M$
$q_0$	$\varepsilon$	$q_1$	$\varepsilon$	$\rightarrow$
$q_1$	7	$q_2$	7	$\rightarrow$
$q_2$	2	$q_3$	2	$\rightarrow$
$q_3$	2	$q_4$	2	$\rightarrow$
$q_4$	1	$q_5$	1	$\rightarrow$
$q_5$	3	$q_6$	1	$\rightarrow$
$q_6$	5	$q_7$	1	$\rightarrow$
$q_7$	6	$q_8$	1	$\rightarrow$
$q_8$	$\varepsilon$	$q_9$	$\varepsilon$	$\rightarrow$
$q_9$	$c$	$q_{10}$	$c$	$\rightarrow$
$q_{10}$	$a$	$q_{11}$	$a$	$\rightarrow$
$q_{11}$	$r$	$q_{12}$	$r$	$\rightarrow$
$q_{12}$	$l$	$q_{13}$	$l$	$\rightarrow$
$q_{13}$	$o$	$q_{14}$	$o$	$\rightarrow$
$q_{14}$	$s$	$q_{14}$	$s$	$H$

y  $M = \{\rightarrow, \leftarrow, H\}$ .

Prueba de escritorio:

$q_0$

$\varepsilon$	7	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$						
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$q_1$

$\varepsilon$	7	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$						
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$q_2$

$\varepsilon$	7	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$						
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$q_{14}$

$\varepsilon$	7	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$	$c$	$a$	$r$	$l$	$o$	$s$
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Reconoció la matrícula, escribió *carlos* y se detuvo.

Por otro lado

$q_0$

$\varepsilon$	3	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$						
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$q_1$

$\varepsilon$	3	2	2	1	3	5	6	$\varepsilon$						
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

La MT se detiene porque no hay transición para  $(q_1, 3)$ .