

# 112034 Lenguajes y Autómatas Trimestre 19P.

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Lista de Ejercicios para el primer examen parcial de Lenguajes y Autómatas.

El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Describir, interpretar e ilustrar los modelos teóricos de cómputo.
- Describir los conceptos de lenguaje formal y gramática.
- Reconocer y diferenciar las clases de lenguajes formales asociadas con cada modelo teórico de cómputo.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución.

TEMA: Autómatas finitos determinísticos y expresiones regulares (ER).

Lenguajes (como conjuntos de cadenas sobre  $\Sigma$ ) se estudian en dos vertientes:

Estructura sintáctica y gramatical	Mecánica o funcional (autómatas)
Expresiones regulares (ER)	Autómata finito determinístico (AFD)
	Autómata finito no determinístico (AFN)
	Autómata finito no determinístico con transiciones nulas (AFN $_{\epsilon}$ )

La primera parte del curso es establecer la relación entre los Autómatas finitos (AFD, AFN, AFN $_{\epsilon}$ ) y las ER. Este importante resultado se conoce como Teorema de Kleene: Los lenguajes de las ER y los lenguajes de los Autómatas finitos son equivalentes. Esto significa, una ER tiene un Autómata finito que reconoce el lenguaje de la ER y el lenguaje de un Autómata finito se puede expresar como una ER.

Nota: Los ejemplos y ejercicios son tomados de exámenes realizados por el profesor Carlos Barrón Romero y de ejercicios del libro Teoría de autómatas, lenguajes y computación de Hopcroft.

1. Definir una ER de los siguientes lenguajes y calcular tres elementos de los lenguajes con  $\Sigma = \{e, i, t, 2, 1\}$ :

- (a)  $L_1 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ tiene sufijo un dígito y de prefijo } t\}$ .
- (b)  $L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ tiene dígitos que suman un número par}\}$ .
- (c)  $L_3 = \{e, ee, 1\}$ .

2. Definir  $\Sigma$  un alfabeto apropiado para el lenguaje de los números enteros divisibles por 7.

Explicar la respuesta.

Sea  $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, -\}$ .

Tres elementos son 0, 10 y 20.

La ER es  $(- + \epsilon)(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)^*0$ .

3. Escribir una ER para el lenguaje de los números reales positivos con mantiza finita (no cero).

4. Escribir una ER del lenguaje de los números congruentes con 3 modulo 5.

5. Sea  $\Sigma = \{u, z, 0, 1\}$  y  $L_1 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ tiene de prefijo una vocal y al menos un dígito}\}$ .

6. Calcular al menos 5 elementos de los lenguajes.

- (a)  $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$ .  $L = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ tiene sufijo vocal}\}$ .
- (b)  $\Sigma = \{0, 1\}$ .  $L = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ toma valores } 2^k, k \in \mathbb{N}\}$ .

7. Explicar con ejemplo como convertir un AFD en un Autómata finito no-determinístico (AFN) que acepte el mismo lenguaje.

8. Sea el conjunto  $\mathbb{Q}$  el conjunto de los números racionales de la forma  $p/q$  donde  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Diseñar un autómata finito determinístico que reconozca a  $\mathbb{Q}$ .

9. Diseñar un autómata finito no determinístico para reconocer  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ comienza con } a \text{ y termina con } b \text{ y } |x| \geq 3\}$ .

10. Se tiene el siguiente autómata finito no determinístico,  $\text{AFN} = (0, \Sigma, Q, F, \delta_N)$  donde  $Q = \{0, 1, 2\}$ ,  $0 \in Q$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $F = \{1\}$  y  $\delta_N : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$  está dada por

$Q$	$\Sigma$	$2^Q$
0	a	{1, 2}
1	b	{0, 1}
2	a	{2}
2	b	{1}

- (a) Explicar con ejemplos que lenguaje acepta.
- (b) Escribir la ER del lenguaje que acepta.

11. Sea  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  y la ER:  $(\mathbf{1 + 2})^*(\mathbf{01})$  construir un  $\text{AFN}_\epsilon$  tal que  $(\mathbf{1 + 2})^*(\mathbf{01}) = L(\text{AFN}_\epsilon)$ .

12. Simplificar las ER sobre  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  :

- (a)  $(\mathbf{1^* + 2^*})^*(\mathbf{0 + 1})^* \mathbf{1}$
- (b)  $(\mathbf{0 + 1 + 2})^* \mathbf{0^* 1^* 2^* 1}$

13. Explicar con ejemplos si son o no iguales los siguientes lenguajes.

- (a)  $(\mathbf{0 + 1 + 2})^* \mathbf{0^* 0^* 1^* 1} = (\mathbf{0 + 1 + 2})^* \mathbf{1}$
- (b)  $(\mathbf{0 + 12})^* = (\mathbf{01 + 2})^*$
- (c)  $\mathbf{0 + 1^* 2} = L(\text{AFD})$  donde  $\text{AFD} = (0, \Sigma, Q, F, \delta)$  donde  $Q = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $0 \in Q$ ,  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ ,  $F = \{1, 3\}$  y  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  está dada por

$Q$	$\Sigma$	$Q$
0	0	<u>1</u>
0	1	2
0	2	<u>3</u>
2	1	2
2	2	<u>3</u>
4	0	4