

# 112034 Lenguajes y Autómatas Trimestre 19P.

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Lista de Ejercicios para el 2do examen parcial de Lenguajes y Autómatas.

El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Describir, interpretar e ilustrar los modelos teóricos de cómputo.
- Describir los conceptos de lenguaje formal y gramática.
- Reconocer y diferenciar las clases de lenguajes formales asociadas con cada modelo teórico de cómputo.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución.

Nota: Los ejemplos y ejercicios son tomados de exámenes realizados por el profesor Carlos Barrón Romero, de ejercicios del libro Teoría de autómatas, lenguajes y computación de Hopcroft y del libro Matemáticas discretas con teoría de gráficas y combinatoria, T. Veerarajan.

Para todos los ejercicios. Sea  $\Sigma$  el alfabeto formado por los dígitos de su matrícula, incluyendo los dígitos 0,1,2.

1. Escribir la gramática y dos ejemplos de cadenas de su lenguaje:

- (a) Tipo 3.
- (b) Tipo 2.
- (c) Tipo 1.
- (d) Tipo 0.
- (e) Regular.
- (f) No regular.
- (g) Independiente del contexto.
- (h) Dependiente del contexto.
- (i) No ambigua.

2. Por medio de ejemplo explicar la diferencia entre los lenguajes regulares de los lenguajes que reconoce un automata de pila.

- (a) Explicar si es posible usar como ejemplo para esta pregunta, al lenguaje  $L_{kn} = \{a^k b^n c^k \mid k \geq 1, n \geq 0\}$ . En caso positivo usarlo para su ejemplo, donde  $a, b, c$  son los dígitos de su alfabeto, mas pequeño, intermedio y mas grande.
- (b) Construir un lenguaje sobre  $\Sigma$  para un autómata finito de pila (ADP) para que no corresponda con una expresión regular. Explicar porque su lenguaje propuesto no lo reconocen los autómatas AFD, AFN y AFN<sub>s</sub>.
- (c) Mostrar tres palabras con sus derivaciones del estado actual usando su ADP.

3. Construir una gramática libre de contexto, lineal y recursiva. Dar ejemplos de derivaciones de palabras de su gramática.

4. Construir una gramática libre de contexto para el lenguaje  $L = \{ \text{if } (v==1) \text{ then } v=0, \text{ if } (v==1) \text{ then if } (v==1) \text{ then } v=0, \text{ if } (v==1) \text{ then if } (v==1) \text{ then if } (v==1) \text{ then } v=0, \dots \}$ , usando los metasimbolos  $\langle \text{Condición} \rangle \equiv (v==1)$  y  $\langle \text{Operación} \rangle \equiv (v==0)$ . Para esta pregunta defina un alfabeto apropiado.

- (a) Explicar que tipo y características tiene su gramática.
- (b) Explicar si la gramática de este lenguaje puede ser no ambigua, lineal, recursiva, libre de contexto y si corresponde a un lenguaje regular.

5. Explicar con ejemplos o con la construcción de una gramática o una ER o de un autómata apropiado:

- (a) El complemento de un lenguaje regular es un lenguaje regular.
- (b) Un lenguaje regular siempre se puede reconocer con un automata finito de pila.
- (c)  $L_{mno} = \{a^m b^n c^p \mid m \geq 1, n \geq 1, p \geq 0\}$ . ¿Que tipo de lenguaje es? donde  $a, b, c$  son los dígitos de su alfabeto, mas pequeño, intermedio y mas grande.
- (d)  $L_{mno}^c$  (el complemento del lenguaje anterior, respecto a  $\Omega_\Sigma$  de su alfabeto completo).

- (e) La intersección de dos expresiones regulares es un lenguaje regular.
  - (f) La unión de dos expresiones regulares es un lenguaje regular.
  - (g)  $L_{mn} = \{a^m b^n \mid m \geq 0, n \geq 0\}$ . ¿Qué tipo de lenguaje es? donde  $a, b$  son los dígitos de su alfabeto, más pequeño y más grande.
  - (h)  $L_n = \{ca^n cb^n c \mid m \geq 0\}$ . ¿Qué tipo de lenguaje es? donde  $a, b$  son los dígitos de su alfabeto, más pequeño y más grande;  $c$  es el más cercano a  $\frac{a+b}{2}$  (dígito de valor intermedio en su alfabeto).
6. Definir una Máquina de Turing (MT) que reconozca la palabra "cierto". Si la palabra es reconocida escribe una "V" y se detiene, en otro caso escribe "F".
  7. Definir una gramática dependiente del contexto y dar 5 ejemplos de su lenguaje.
  8. Definir una gramática libre (tipo 0 en la clasificación de gramáticas de Chomsky) dependiente del contexto y dar 5 ejemplos del lenguaje de tal gramática.
  9. Explicar las características de la clasificación de las gramáticas de Chomsky.
  10. Explicar la relación entre máquinas (AFD, AFN,  $AFN_\epsilon$ , Autómata de Pila y MT) y las estructuras ER y Gramáticas
  11. Suponer que en la cinta de una MT se tienen escritos, todos los números naturales en una base  $b$ .
    - (a) Los números en la cinta están desordenados.
      - i. ¿Se puede construir máquina de Turing que detecte que todos los números están en la cinta?
      - ii. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número par?
      - iii. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número impar?
      - iv. Si tiene las MT para número par e impar, ¿puede justificar que es posible verificar que en la cinta se tienen todos los números hasta  $2k + 1$ ?
      - v. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número primo?
      - vi. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que todos los primeros  $k$  números primos están en la cinta? Responda suponiendo que no están dados sino que los determina y busca.
    - (b) Los números en la cinta están ordenados de menor a mayor.
      - i. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que todos los números están en la cinta?
      - ii. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número par?
      - iii. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número impar?
      - iv. Si tiene las MT para número par e impar, ¿puede justificar que es posible verificar que en la cinta se tienen todos los números hasta  $2k + 1$ ?
      - v. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que el  $k$ -ésimo número primo?
      - vi. ¿Se puede construir una máquina de Turing que detecte que todos los primeros  $k$  números primos están en la cinta? Responda suponiendo que no están dados sino que los determina y busca.
    - (c) ¿Necesariamente deben ser diferentes las máquinas de Turing de los correspondientes sub-incisos de los incisos a) y b) o se pueden hacer que funcionen en ambos casos para a.i y b.i, a.ii, y b.ii, a.iii y b.iii), etcétera?
    - (d) ¿Cuál es la diferencia en tiempo de ejecución de las posibles MT que responden los sub-incisos de a) y b)?
    - (e) ¿Qué preguntas no puede responder con una apropiada MT de los sub-incisos a) y b) y por qué?