

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Versión 0. El profesor le indicará que versión debe resolver.

El valor del examen es de 10 puntos. El valor de una respuesta correcta se indica entre  $\square$ .

Todas sus respuestas deben incluir el procedimiento o desarrollo y el resultado.

1. Determinar los límites:

a) [0.5]  $\lim_{x \rightarrow 0} (g \circ f)(x)$  donde

$$g(x) = -3x^2 \quad \text{y} \quad f(x) = -2 \cos(\pi x) \sin\left(\frac{\pi(x+1)}{3}\right).$$

b) [0.5]

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 8}{\sqrt{(x-1)^2} - 3}.$$

2. [2.0] a) Realizar por pasos la gráfica de la función:  $z(x) = -3 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) + 7$  en el intervalo  $[0, 2]$ , comenzando con  $h_0(x) = \sin(\pi x)$ ,  $h_1(x) = h_0(x + \frac{\pi}{2})$ ,  $h_2(x) = -3h_1(x)$ , y finalmente  $z(x) = h_3(x) = h_2(x) + 7$ .

[1.0] b) Determinar la amplitud ( $|A|$ ), el periodo ( $|B|$ ), el corrimiento ( $C$ ) y la traslación ( $D$ ) de la función  $z(x)$ .

3. [2.0] Sea la función

$$g(x) = \frac{-2x^2 + 9x - 9}{-x^3 + 3x^2 + 4x - 12}$$

- Determinar las discontinuidades, fijas y removibles.
- Determinar la expresión equivalente sin las discontinuidades removibles.
- Determinar las raíces.
- Determinar el dominio y rango.
- Esbozar la gráfica de  $g$  con sus asíntotas verticales y horizontales.
- Determinar los intervalos de monotonía.

4. Sea la función

$$g(z) = \begin{cases} -z^2 + \alpha & z < -2 \\ 2 \cos(\pi z) & |z| \leq 2 \\ -z^2 + \beta & z > 2 \end{cases}$$

a) [1.0] Escribir las condiciones de continuidad en  $-2$  y  $2$  para determinar las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  para que la función  $g$  sea continua.

b) [0.5] Determinar la paridad de  $g$ .

c) [0.5] Determinar las raíces de  $g$ .

5. Dado un rectángulo que tiene una diagonal ( $d$ ) de longitud de 3 veces la base ( $b$ ).

a) [1.5] Determinar la función del perímetro de un rectángulo con respecto a la diagonal ( $d$ ). b) [0.5] Calcular el perímetro cuando  $d = 5$ .