1112042 Introducción al Cálculo GRUPO CAT83 TRIMESTRE 23P

Miércoles 9 y jueves 10 de agosto de 2023. Sesión 3 y 4

Clase de anterior

Modalidad de Evaluación de la UAM -Azc para este curso de Inroducción al Cálculo.

Habrá examen global (EG) corto y un examen global largo (EG y P1,P2,P3, según corresponda) (para recuperar lo parciales reprobados).

Promedio(Pr)=(P1+P2+P3)/3

Donde Pi consta de 60% del examen parcial escrito (Ei) y 50% de TPi , de tareas, participaciones y otras actividades. La calificación tiene un 110%, o sea, con un punto extra va de 0 a 11, pero solo se considera hasta 10 (este excedente no es transferible).

Pi=$Exi\,(60\%) + TPi\,(50\%)$

Las TPi se otorgan por regla de tres sobre un numero de puntos del parcial por tareas y puntos de otras actividades, con un máximo de 5 puntos por cada periodo parcial y no son transferibles a otros parciales.

Calificación final(CF): (Pr+EG)/2

donde EG puede ser corto (aprobado en todos los parciales) o largo (incuye las preguntas de los parciales reprobados).

Escala de calificación por letras:

CF: NA [0,6), S [6,7.5), B [7.5,8.5), MB [8.5, 10].

Se tomó votación para el acuerdo de evaluación: Unanimidad.

Revisión de los temas del curso mediante un examen global y autoevaluación de los alumnos.

Respuesta que eligierón al pasar lista: 10: lo puedo resolver completo y correcto, 7: quizás lo puedo resolver y 1: No lo entiendo, ni lo podré resolver.

Resultado de la autoevaluación:

Calif. 10: 2
7: 19
1: 9

Promedio: $\frac{10*2+7*19+1*9}{2+19+9} = \frac{27}{5} = 5.4$

Clase de Hoy

Reglas de la arítmetica y de los signos para los números.

Regla de la balanza: al despejar o simplificar o transformar una expresión que tiene un operador de relación como $=, \neq, <, >, \geq, \leq$, se debe aplicar lo mismo a ambos lados del operador y esto no altera la relación de la expresión, porque **como en una balanza de pesas, si quita o se agrega de ambos lados las mismas pesas se mantiene el equilibrio**.

Modelo de pregunta-respuesta para seguir durante el curso:

Pregunta 6. Determinar el valor de c de la ecuación:

$$c - 2 + 4 + 8 = 4$$

Respuesta 6.

Se parte de la ecuación: $c - 2 + 4 + 8 = 4$. Desarrollo

Se despeja c (usando la regla de la balanza):

(+2-4-8)+$c - 2 + 4 + 8 = 4$+(+2-4-8)

Simplificando: $c = -6$.

Resultado. $c = -6$. Conclusión

Toda respuesta debe mantener la estructura anterior que lógicamente explica y justifica el resultado: mediante un desarrollo bien redactado y una última línea que contenga el resultado que corresponda con la pregunta del problema.

NOTAS: El alumno se puede auxiliar de tecnología y aplicaciones computacionales, por ejemplo, PhotoMath, MatLab, Scientific Work Place, etc.

Videos académicos de la red, Youtube, Brilliant.org (https://brilliant.org/)

RECORDATORIO.
Reglas de la arítmetica y de los signos para los números.

El conjunto de los números reales se denota con el símbolo $\mathbb{R}$.

$\in$ este símbolo significa pertenencia.

Sean $a, b, c, d, p, q \in \mathbb{R}$ (se lee sean los a, b, c, d, p, q que pertenencen al conjunto de los números reales, o sea, las variables a, b, c, d, p, q consisten de valores o números reales que incluyen a los enteros, los racionales o fracciones y los números irracionales como $\sqrt{2}$).

Las operaciones de suma $(+)$ y producto o multiplicación $(*)$ cumplen:

Cerradura bajo la suma: $a + b$ es un número real, o sea, $a + b \in \mathbb{R}$

Cerradura bajo el producto: $a * b$ es un numero real, o sea, $a * b \in \mathbb{R}$

(Nota a veces se omite $*$ y se escribe solamente ab).

Conmutatividad de la suma : $a + b = b + a$

Conmutatividad del producto o multiplicación $(*)$: $a * b = b * a$

Asociatividad de la suma: $(a + b) + c = a + (b + c)$

(Se puede sumar de derecha a izquierda o de izquierda a derecha y da el mismo resultado)

Asociatividad del producto: $(a * b) * c = a * (b * c)$

(Se puede multiplicar de derecha a izquierda o de izquierda a derecha y da el mismo resultado)

Distribución de la suma bajo el producto: $(a + b) * c = a * c + b * c$,

Nota : Para $(a + b)c$ se debe realizar $a + b$ y multiplicar por c,

o bien, sumar los productos $a * c + b * c$.

La otra versión equivalente es $c*(a + b) = c*a+c*b$. Ambas formas de la distribución son importantes porque permiten factorizar. Note que los productos y divisiones tienen preferencia a menos que se cambie por medio de los paréntesis. Así para resolver $c * (a + b)$ primero se realiza la suma de $a + b = a + b$ y luego el producto. Pero para la forma equivalente $c * a + c * b$, primero se realizan los productos y despues la suma.

Reglas de los signos:

1) $(+)(-) = (-)(+) = -$

2) $(+)(+) = +$

3) $(-)(-) = +$

O en forma de tabla:

$*$	$+$	$-$
$+$	$+$	$-$
$-$	$-$	$+$

.

Se tienen que aprender junto con las tablas de suma y multiplicación para facilitar y no cometer errores en los cálculos y desarrollos de respuesta.

Operaciones con números reales y expresiones matemáticas simples.

1) Resolver las expresiones mediante la regla de la balanza y el álgebra, antes de usar aproximaciones y la calculadora.

2) Al simplificar y calcular se debe considerar la regla de los signos.

3) Las operaciones con números reales deben considerar la agrupación de términos por común denominador. Nota: ningún divisor puede ser 0, porque la división entre 0 no está definida.

$$\begin{aligned} b\frac{p}{q} &= \frac{bq + p}{q} \\ \frac{a}{b}/\frac{c}{d} &= \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc} \\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{ad + cb}{bd} \end{aligned}$$

NOTA: La notación entero fracción a veces se confunde con un producto:

$$b\frac{p}{q} = \frac{bq + p}{q} \neq (b)\,\frac{p}{q} = b\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{b}{1}\right)\frac{p}{q} = \frac{bp}{1q} = \frac{bp}{q}.$$

Por ejemplo: $3\frac{1}{2} = \frac{3*2+1}{2} = \frac{7}{2} \neq 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} = (3)\,\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

4) Aplicar correctamente las reglas de los exponentes y radicales$(b > 0)$:

$$
\begin{aligned}
\left(b^{p}\right)\left(b^{q}\right) &= b^{p+q}\\
\frac{1}{b^{p}} &= b^{-p}\\
\sqrt[q]{b^{p}} &= b^{\frac{p}{q}}
\end{aligned}
$$

5) $\max(a,b,c,d,...)$ es el valor mayor de la lista y $N=\min(a,b,c,d,...)$ es el valor menor de la lista.

6) Potencias enteras de -1: $(-1)^0=1,(-1)^1=-1,(-1)^2=1,(-1)^3=-1,...$

7) Manejo de potencias negativas: $3^{-2}=\frac{1}{3^2}$. En general para $x\neq 0$, $x^{-n}=\frac{1}{x^n}$.

8) Expresiones equivalentes entre potencias y radicales: $5^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{5^2}$.

9) Potencias racionales con la misma base: $a^{\frac{n}{m}}a^{\frac{t}{r}}=a^{\frac{n}{m}+\frac{t}{r}}=a^{\frac{nr+mt}{mr}}$, ya que la
Suma de fracciones es: $\frac{n}{m}+\frac{t}{r}=\frac{nr+mt}{mr}$.

10) Ejemplos de números reales irracionales (mantiza infinita y no es periódica):
e es la base de los logaritmos naturales y es conocido, $e\approx 2.718\,3...$
π es el factor que relaciona la circunferencia con el radio de la misma, $\pi\approx 3.141\,5...$
$\sqrt{2}=1.414\,2...$ es la diagonal de un triángulo rectángulo de lados de largo 1.

11) Notación de números reales. Punto fijo se escribe la parte entera punto y los dígitos de la mantiza: 3,122,300.09 (para números grandes se usa la coma para separar).

Notación cientifica o de punto flotante: escribe la parte entera punto, los dígitos de la mantiza
y se escala mediante un factor de la base correspondiente. Se usa la base 10 en el caso de los números decimales o sea los que usan la base 10. Por ejemplo:

$3,122,300.09$ =3.12230009 $\times 10^6$. Otro ejemplo: $0.00001123=1.123\times 10^{-5}$.

12) La notación de los números racionales. El valor exacto de un número racional es su expresión algebraica como división de enteros, o sea p/q donde p es un entero positivo o negativo y q es un numero entero positivo distinto de cero. En la notación de punto fijo de los números reales a los números racionales les ocurre que pueden tener mantiza fija finita o bien mantiza infinita y periodica. A la parte peridioca se coloca una raya arriba para indicar que se repite infinitamente. Por ejemplo: -1.5 corresponde con $\frac{3}{2}$; $0.01\overline{6}=0.16666666...$ que corresponde con el $\frac{1}{60}$. Para pasar un número racional en la notación de punto fijo y mantiza periodica se utiliza multiplicar por un factor que deje después del punto a la mantiza periodica.

Asi por ejemplo:

Sea el número $107.0\overline{545}$.

Paso 1) $x=107.0\overline{545}$.

En este caso conviene multiplicar por 10 para dejar el periodo repetitivo despues del punto decimal. Sea $y=10x=1,070.\overline{545}$

Con el factor $1,000$ se tiene:

$1000y=1000*1070545.\overline{545}=1070545.\overline{545}$.

Ahora $1,000y-y=999y$ y del otro lado

$$
\begin{array}{rc}
1000y= & 1070545.\overline{545}\\
-y= & -1070.\overline{545}\\
------ & -------------\\
(1000-1)y= & -1070\\
999y= & 1070545-1070=1069475
\end{array}
$$

Despejando $y=\frac{1069475}{999}=\frac{1069\,475}{999}=1070.\,545\,545\,545\,545\,545=1070.\overline{545}$.

Como $y=10x$, despejando $x=y\frac{1}{10}=\frac{1069475}{999}\frac{1}{10}=\frac{1069475}{9990}=\frac{213\,895}{1998}=107.\,054\,554\,554\,554\,554\,5=107.0\overline{545}$

Para los trabajos individuales.

Escribir su nombre completo en el orden: apellidos y nombres.

Anotar su matrícula.

Obtener los dígitos m,c,d,u de Tabla de dígitos m,c,d,u de los alumnos que está en la página del curso.

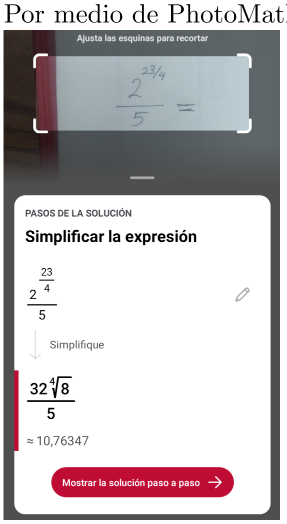
Ejemplo:

ACOSTA ALEJANDRI TIARE MAGALI: $m=4,c=1,d=5,u=2$

Además $M=\max(m,c,d,u)$ y $N=\min(m,c,d,u)$.

Donde $M=5$ y $N=1$

Los siguientes ejercicios son para repasar operaciones y simplificaciones.

Calcular, simplificar y al final aproximar las siguientes expresiones:
1. $u^d(M)^{(-1)^d}\sqrt[m]{u^3}$
2. $\frac{m^2}{\sqrt[m]{u^3}}+(-1)^{d+1}c\frac{1}{d}+e\frac{m}{u}\frac{m}{c}+N-M(-1)^u$
3. $\frac{(-1)^d x^u+dx-u}{x^N+x^M}$
4. $\left(\pi^u\left(\pi^{\frac{u}{M}}\right)+(-1)^c\pi^{\frac{1}{u}}\right)\left(N\frac{d}{c}-\frac{m+M}{d-u}\right)$
5. Determinar el numero racional de $mcdum.0\overline{MNMN}$
Ejemplo:
ACOSTA ALEJANDRI TIARE MAGALI
2232000432
$m=4, c=1, d=5, u=2$
Además $M=\max(m,c,d,u)$ y $N=\min(m,c,d,u)$.
Donde $M=5$ y $N=1$
1. $2^5(5)^{(-1)^5}\sqrt[4]{2^3}=2^5(5)^{-1}2^{\frac{3}{4}}$
RESPUESTA 1.
La pregunta equivalente es $2^5(5)^{-1}2^{\frac{3}{4}}$.
Desarrollo algebraico mediante las reglas de los números reales:
$2^5(5)^{-1}2^{\frac{3}{4}}=$
Se identifica la potencia negativa y bajo el termino, agrupo a los que tienen la misma base y lo transcribo como un cociente
$\frac{2^5 2^{\frac{3}{4}}}{5}=$
Factorizando y simplificando los exponentes:
$\frac{2^{5+\frac{3}{4}}}{5}=$
Realizo la suma de racionales del exponente
$\frac{2^{\frac{23}{4}}}{5}$.
El resultado exacto es $\frac{2^{\frac{23}{4}}}{5}$.
Mediante una aproximación numérica, o sea, por medio de una calculadora, el valor aproximado obtenido es $\frac{2^{\frac{23}{4}}}{5}\approx 10.763\,474\,115\,247\,546\,151$
La respuesta aproximada es 10.763
NOTA:
Por medio de PhotoMath se verifico la respuesta.


La respuesta algebriaca de $\frac{32\sqrt[4]{8}}{5}$ es igual a $\frac{2^{\frac{23}{4}}}{5}$. Ya que
$\frac{2^{\frac{23}{4}}}{5}=\frac{2^5 2^{\frac{3}{4}}}{5}=\frac{32\sqrt[4]{8}}{5}$.
Entonces deben verificar sus respuestas y justificar sus resultados por ejemplo con photoMath.