

Clase de anterior

Solución del 1er examen parcial, entrega calificaciones y revisión del examen por los alumnos.

Funciones polinomiales.

Función Racional, división de polinomios y puntos fijos y removibles.

Clase de Hoy

Límite en un punto y Tarea obligatoria 3.

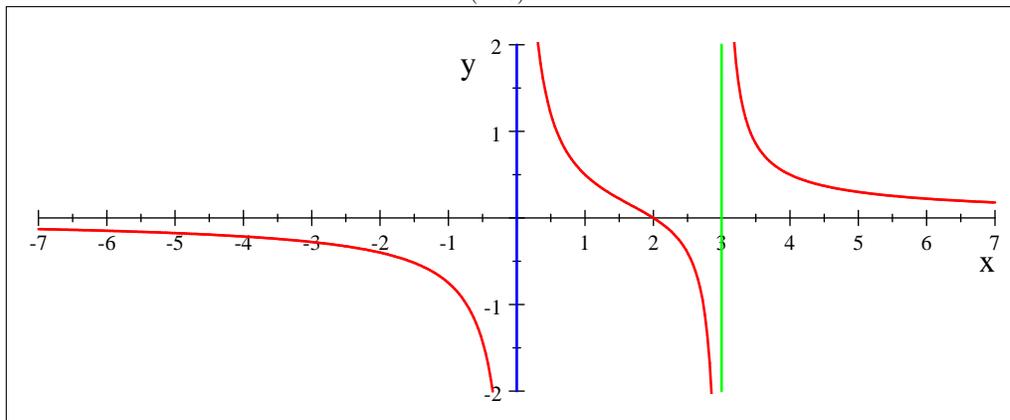
La clase anterior termina con en concepto de aproximarse por la derecha y por la izquierda a un punto.

Sea v un valor real dado.

$x \rightarrow v^-$ significa que nos acercamos a v por la izquierda.

$x \rightarrow v^+$ significa que nos acercamos a v por la derecha.

El cual usamos para la función $j(x) = \frac{x-2}{x(x-3)}$ (líneas roja)



En el caso de la grafica de j observe que se tiene lo siguiente:

Cuando $x \rightarrow 0^-$ la función $j(x) \rightarrow -\infty$ (se lee tiende a menos infinito).

Cuando $x \rightarrow 0^+$ la función $j(x) \rightarrow \infty$ (se lee tiende a infinito).

Lo cual dijimos significa que como los límites son diferentes la función es discontinua en 0 (que es una discontinuidad fija o esencial de la función j).

Para escribir los anterior se usa la notación de límites, o sea

$\lim_{x \rightarrow 0^-} j(x) = -\infty$, se lee el límite cuando x tiende a cero por la izquierda es que la función $j(x)$ "toma" el valor menos infinito.

Por otro lado.

Definición. Una función es continua en un punto, cuando los limites laterales de la función en el punto dado son iguales. Y se dice que la función es continua en ese punto.

Por ejemplo.

$$j(1.001) = 0.499\ 250\ 624\ 313\ 155\ 578\ 79$$

$$1^- \qquad \qquad \qquad 1^+$$

$$j(0.9) = 0.5820 \qquad j(1.1) = 0.4306$$

$$j(0.99) = 0.5075 \qquad j(1.01) = 0.4925$$

$$j(0.999) = 0.5007 \qquad j(1.001) = 0.4992$$

\vdots

\vdots

$$j(1^-) = 0.5 = \frac{1}{2} \qquad j(1^+) = 0.5 = \frac{1}{2}$$

O sea,

$\lim_{x \rightarrow 1^-} j(x) = 0.5$ (ver columna izquierda) y $\lim_{x \rightarrow 1^+} j(x) = 0.5$ (ver columna derecha).

Como son iguales se dice que la función es continua en el punto $x = 1$ y se escribe:

$\lim_{x \rightarrow 1} j(x) = 0.5$ (sin el exponente - o + que indican lateralidad).

Tarea obligatoria 03.

El profesor le indicara si se trabajo en grupo o en forma individual, así como que ejercicios resolver en clase.

La tarea obligatoria 03 es individual y se entregará en la fecha y lugar que les indique el profesor. El documento debe contener e indicar: Tarea 03 de Introducción al Cálculo, Nombre del alumno, matrícula, las preguntas y sus respuestas bien redactadas (en la sesión 3 tiene el modelo de pregunta-respuesta).

Seleccione sus cuatro dígitos decimales de la Tabla de dígitos m,c,d,u de los alumnos en la página del curso) y asígnelos a (baje el documento PDF del disco compartido que se le indique):

Matrícula: 0000000000

$$m_0 = 0$$

$$c_0 = 0$$

$$d_0 = 0$$

$$u_0 = 0$$

$$M_0 = \max(m_0, c_0, d_0, u_0)$$

$$N_0 = \min(m_0, c_0, d_0, u_0)$$

1. Sea la función $f(x) = m_0 x^{M_0} - \frac{d_0}{u_0} x^{N_0} + (-1)^{m_0} m_0 (d_0)$.

- Determinar el grado de f .
- Determinar la paridad de los monomios de f .
- Determinar la paridad de f .
- Determinar los monomios crecientes o decrecientes de f .
- Determinar los monomios que no son crecientes, ni decrecientes de f .
- Determinar el dominio natural de f y su rango correspondiente.
- Determinar las raíces reales y la factorización correspondiente de f .

2. Sea la función

$$g(z) = \begin{cases} \alpha & z < -M_0 \\ \frac{m_0(z^2 - z)}{N_0(z^3 - z^2)} & |z| \leq M_0 \\ \beta & z > M_0 \end{cases}$$

- Determinar las discontinuidades, fijas y removibles.
- Determinar las constantes α y β para que la función g sea continua. Si no se puede hacer una función continua, explicar y terminar el ejercicio.

Con la función continua:

- Determinar el dominio y rango de la función.
- Determinar la paridad de g .
- Determinar las raíces de g .
- Determinar los intervalos de monotonía de g .
- Determinar si la función g tiene intervalos donde no es creciente o ni decreciente en su dominio.

3. Sea la función

$$h(x) = \frac{-x^3 + 2(N_0)x^2 + u_0x^2 - (N_0)^2x - 2(u_0)(N_0)x + u_0(N_0)^2}{x^3 - N_0x^2 + u_0x - N_0(u_0)}$$

- Determinar las discontinuidades, fijas y removibles.
- Determinar la expresión equivalente sin las discontinuidades removibles.
- Determinar las raíces.
- Determinar el dominio y rango.
- Con algunos puntos, esbozar la gráfica de h .
- Determinar las asíntotas verticales.