

La ecuación (3) significa que la negación de una proposición es equivalente a su dual, donde toda variable (proposición primaria) se reemplaza por su negación. De la ecuación (3), se deduce que

$$A(p_1, p_2, \dots, p_n) \equiv \neg A^*(\neg p_1, \neg p_2, \dots, \neg p_n) \quad (4)$$

Ahora bien, puesto que $A(p_1, p_2, \dots, p_n) \equiv B(p_1, p_2, \dots, p_n)$, se tiene que $A(p_1, p_2, \dots, p_n) \leftrightarrow B(p_1, p_2, \dots, p_n)$ es una tautología.

$$\therefore A(\neg p_1, \neg p_2, \dots, \neg p_n) \leftrightarrow B(\neg p_1, \neg p_2, \dots, \neg p_n) \text{ es una tautología} \quad (5)$$

Usando (4) y (5), se obtiene

$$\neg A^*(p_1, p_2, \dots, p_n) \leftrightarrow \neg B^*(p_1, p_2, \dots, p_n) \text{ es una tautología.}$$

$$\therefore A^* \leftrightarrow B^* \text{ es una tautología.}$$

$$\therefore A^* \equiv B^*$$

ÁLGEBRA DE PROPOSICIONES

Una proposición en una proposición compuesta puede reemplazarse por una que es equivalente a ella sin cambiar el valor de verdad de la proposición compuesta. De esta manera, es posible construir nuevas equivalencias (o leyes). Por ejemplo, se ha demostrado que $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (tabla 1.8). Usando esta equivalencia, se obtendrá otra equivalencia $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (\neg q \vee r)$. Algunas de las equivalencias básicas (leyes) y cada uno de sus duales que se utilizarán después se muestran en las tablas 1.9, 1.10 y 1.11; pueden establecerse fácilmente empleando tablas de verdad.

Tabla 1.9 Leyes del álgebra de proposiciones

Núm.	Nombres de la ley	Forma fundamental	Forma dual
1.	Ley de idempotencia	$p \vee p \equiv p$	$p \wedge p \equiv p$
2.	Ley de identidad	$p \vee F \equiv p$	$p \wedge T \equiv p$
3.	Ley dominante	$p \vee T \equiv T$	$p \wedge F \equiv F$
4.	Ley de complemento	$p \vee \neg p \equiv T$	$p \wedge \neg p \equiv F$
5.	Ley conmutativa	$p \vee q \equiv q \vee p$	$p \wedge q \equiv q \wedge p$
6.	Ley asociativa	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
7.	Ley distributiva	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
8.	Ley de absorción	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$
9.	Ley de De Morgan	$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

Tabla 1.10 Equivalencias que implican condicionales

1.	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
2.	$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
3.	$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$
4.	$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$
5.	$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$
6.	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
7.	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
8.	$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
9.	$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$