Leyes algebraicas de la teoría de conjuntos

Algunas de las identidades importantes de conjuntos o leyes algebraicas de la teoría de conjuntos se listan en la tabla 2.1. Existe una marcada similitud entre estas identidades y las equivalencias lógicas discutidas en el capitulo de lógica matemática. Todas estas leyes pueden demostrarse mediante argumentos básicos o utilizando diagramas de Venn y tablas de verdad. Se probarán algunas de estas leyes y se dejarán las demostraciones de las leyes restantes como ejercicio para el lector.

Tabla 2.1 Conjunto de identidades

Identidad	*Nombre de la ley*
1. (a) $A \cup \phi = A$	Leyes de identidad
1. (b) $A \cap U = A$	
2. (a) $A \cup U = U$	Leyes de dominación
2. (b) $A \cap \phi = \phi$	
3. (a) $A \cup A = A$	Leyes de idempotente
3. (b) $A \cap A = A$	
4. (a) $A \cup \overline{A} = U$	Leyes inversas o leyes de complemento
4. (b) $A \cap \overline{A} = \phi$	
5. $\overline{\overline{A}} = A$	Ley de doble complemento o ley de involución
6. (a) $A \cup B = B \cup A$	Leyes conmutativas
6. (b) $A \cap B = B \cap A$	
7. (a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Leyes asociativas
7. (b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	
8. (a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cup C)$	Leyes distributivas
8. (b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	
9. (a) $A \cup (A \cap B) = A$	Leyes de absorción
9. (b) $A \cap (A \cup B) = A$	
10. (a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Leyes de De Morgan
10. (b) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	

Enunciado dual y principio de dualidad

Si s es un enunciado de igualdad de dos expresiones de conjuntos cada uno de los cuales puede contener a los conjuntos A, B, $\overline{A}$, $\overline{B}$, etc., ϕ y U y los únicos símbolos de operaciones de conjuntos $\cup$ y $\cap$, entonces el *dual* de s, denotado mediante s^d, se obtiene a partir de s sustituyendo (1) cada ocurrencia de ϕ y U (en s) mediante U y ϕ respectivamente y (2) cada ocurrencia de $\cup$ y $\cap$ (en s) mediante $\cap$ y $\cup$ respectivamente.

El *principio de dualidad* establece que cada vez que s, un enunciado de igualdad de dos expresiones de conjuntos, es un teorema válido, entonces su dual s^d es también un teorema válido.

Nota Todas las identidades de conjuntos dadas en las partes (b) de diversas leyes son simplemente los duales de las correspondientes identidades de conjuntos en las partes (a).

A continuación se establecerán algunas de las identidades de conjuntos:

i) $A \cup A = A$

Se recuerda que, para demostrar que $A = B$, debe establecerse que $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.