

# Cálculo Diferencial

Profesor. Carlos Barrón Romero  
Resumen de clase y tarea.

## Definiciones de la derivada de una función de los reales a los reales

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua.

1. La derivada en un punto  $x$  se define como:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

2.  $f$  es derivable para todo  $x \in \mathbb{R}$ , si  $f$  tiene derivada en cada punto  $x$ .

3. La derivada se denota (si tal limite existe) como  $\frac{d}{dx}f(x)$  (notación de Leibiniz) o como  $f'(x)$  (notación de Newton).

## Reglas de derivación

Sea  $c \in \mathbb{R}$  un valor fijo o constante.

$$\text{Como } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{cf(x+\Delta x) - cf(x)}{\Delta x} = c \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Se tiene la regla de derivación:

A)  $\frac{d}{dx} [cf(x)] = c \frac{d}{dx} f(x).$

Sea  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua.

$$\text{Como } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[f(x+\Delta x) + g(x+\Delta x)] - [f(x) + g(x)]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

Se obtiene la regla de derivación:

B)  $\frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x).$

Considere la función  $h(x) = x^n$ .

$$\text{Como } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{h(x+\Delta x) - h(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^n - x^n}{\Delta x} = (\text{Usando el desarrollo del Binomio de Newton}) =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}\Delta x + \binom{n}{2}x^{n-2}\Delta x^2 + \dots + \binom{n}{n}\Delta x^n) - x^n}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{n x^{n-1} \Delta x + \binom{n}{2} x^{n-2} \Delta x^2 + \dots + \binom{n}{n} \Delta x^n}{\Delta x} =$$

$$n x^{n-1} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\binom{n}{2} x^{n-2} \Delta x + \dots + \binom{n}{n} \Delta x^{n-1}}{\Delta x} = n x^{n-1}.$$

Se obtiene la regla de derivación:

C)  $\frac{d}{dx} [x^n] = n x^{n-1}.$

## Tarea

Sean las funciones (puede elegir otras funciones más complicadas).

a  $f_1(x) = 5x^3.$

b  $f_2(x) = 3x^4 + \frac{1}{3}x^2.$

- 1) Verificar la continuidad en un valor que elija, (por ejemplo  $x = 1, -1, 2, 3, -4, \pi, -\sqrt{2}$ , practique al menos con un valor) por medio de una tabla de valores cercanos al punto elegido.
- 2) Calcular numéricamente la derivada en el punto que elegido.
- 3) Calcular la derivada por medio de las reglas A), B), y C) para  $x$ .
- 4) Evaluar la derivada obtenida en el inciso 3) en su valor elegido. Justificar o explicar si deben ser iguales los resultados de los incisos 2) y 4).

Nota: Esta tarea se responde en forma similar a lo que se explicó y mostró en la clase. Y es para revisar y trabajar en el salón por equipos. Pueden hacer mas ejemplos con otras funciones y otros valores de  $x$ .