

- Determinar los intervalos de concavidad de una función, mediante el signo de su segunda derivada.
- Dada una función, determinar su dominio, sus ceros, sus puntos críticos, sus puntos de inflexión, sus intervalos de positividad, sus intervalos de monotonía, sus intervalos de concavidad, sus asíntotas horizontales y verticales y usar esta información para esbozar su gráfica.

Actividades

- Estudia las secciones 4.2, 4.3 y 4.4 de la Decimosegunda edición del Thomas y resuelve ejercicios diversos que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Te sugerimos iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad hasta alcanzar el nivel de los ejercicios de la tarea.
- Entrega la tarea de la unidad 5, bien hecha y en limpio, antes de solicitar tu examen de esta unidad.
- Procura aprobar la unidad 5 antes de finalizar la Semana 5.

Tarea de la unidad 5

“Sólo se aprende haciendo las cosas; porque aunque creas saberlas, nunca tendrás la certeza hasta que lo intentes.”
Sófocles (496 a. C. – 406 a. C.)

- Usa derivadas para verificar que, dos a dos, las siguientes funciones difieren únicamente por una constante:

$$(a) f(x) = \operatorname{sen}^2 x, \quad (b) g(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x), \quad (c) h(x) = -\cos^2 x.$$

- Determina el número de raíces que tiene cada una de las siguientes ecuaciones en los intervalos dados:

$$(a) x^3 + 3x - 1 = 0, \quad -2 \leq x \leq 2; \quad (b) x + \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right) = 8, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- Determina la posición $s(t)$ de un cuerpo que se desplaza en línea recta, cuya velocidad $v = ds/dt$ y posición inicial $s(0)$ están dadas como sigue:

$$(a) v = 3t + 1, \quad s(0) = 1; \quad (b) v = 4t - 5 \operatorname{sen}(2t), \quad s(0) = 3.$$

- Encuentra los intervalos de monotonía y determina y clasifica los puntos críticos de f si:

$$(a) f'(x) = x(x - 2); \quad (b) f'(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1); \quad (c) f'(x) = x^2 - 2x + 1.$$

- Encuentra los puntos críticos de las siguientes funciones y usa el criterio de la primera derivada (o el de la segunda derivada) para clasificarlos:

$$(a) f(x) = x^3 - 4x; \quad (b) f(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 5}.$$

- Encuentra el valor mínimo de la función

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

en el intervalo $(0, \infty)$.

7. Encuentra los intervalos de concavidad y determina los puntos de inflexión de f si:

(a) $f''(x) = x(x - 2)$; (b) $f''(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$; (c) $f''(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

8. Determina los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de

$$f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 10}$$

9. Encuentra los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = x^4$; (b) $f(x) = x|x|$; (c) $f(x) = 2 - (x - 2)^{1/3}$.

10. Dada la función $y = x\sqrt{8 - x^2}$:

- a) Encuentra su dominio.
- b) Determina su paridad.
- c) Encuentra sus ceros y sus intervalos de positividad.
- d) Determina sus puntos críticos y sus intervalos de monotonía.
- e) Determina sus puntos de inflexión y sus intervalos de concavidad.
- f) Encuentra las ecuaciones de sus asíntotas.
- g) Usa la información anterior para esbozar su gráfica.

Ejercicios complementarios

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir en tu libro de texto algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

- Sección 4.2: 2, 5, 8, 11, 14, 19, 21, 23, 26, 31, 34, 38, 41, 44, 50 y 52.
- Sección 4.3: 3, 6, 9, ..., 51.
- Sección 4.4: 2, 5, 8, ..., 83.

Unidad 6

Optimización aplicada

Objetivo

Utilizar derivadas para *resolver problemas aplicados de máximos y mínimos*.

Contenido

1. Problemas de optimización aplicada.

Indicadores de evaluación

1. Utilizar la derivada para resolver problemas de optimización.

Actividades

1. Estudia la sección 4.5 de la Decimosegunda edición del Thomas y resuelve ejercicios diversos que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Te sugerimos iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad hasta alcanzar el nivel de los ejercicios de la tarea.
2. Entrega la tarea de la unidad 6, bien hecha y en limpio, antes de solicitar tu examen de esta unidad.
3. Procura aprobar la unidad 6 antes de finalizar la Semana 6.

Tarea de la unidad 6

“Sólo se aprende haciendo las cosas; porque aunque creas saberlas, nunca tendrás la certeza hasta que lo intentes.”
Sófocles (496 a. C. – 406 a. C.)

1. Determina las dimensiones del rectángulo de mayor área que tiene sus vértices en un círculo de 1 m de radio.
2. Determina las dimensiones del rectángulo de mayor área que tiene su base en el eje x y sus dos vértices superiores en la parábola $y = 4 - x^2$.

3. Determina las dimensiones que debe tener una lata cilíndrica, con tapa, de 1 dm^3 de volumen, que utilice la menor cantidad de aluminio para su construcción.
4. Se tienen 100 m de cerca para construir un corral rectangular con tres divisiones paralelas a uno de sus lados. ¿Cuánto debe valer el largo y el ancho del corral para que su área sea máxima?
5. Se desea minimizar un cartel rectangular cuya área de impresión es de 300 cm^2 , con márgenes superior e inferior de 10 cm y márgenes laterales de 6 cm cada uno. Encuentra las dimensiones que debe tener el cartel que use la menor cantidad de papel.
6. Encuentra las dimensiones del cilindro de mayor volumen que se puede inscribir en una esfera de 1 m de radio.
7. Encuentra las dimensiones del cono de mayor volumen que se puede inscribir en una esfera de 1 m de radio.
8. Se quiere diseñar un recipiente cilíndrico con tapa de 1 litro de volumen. Si el m^3 de material para la tapa y la base cuesta el doble que el de los lados, ¿cuáles son el radio y la altura del recipiente más económico?
9. Se quiere diseñar una caja rectangular de base cuadrada de 1 m^3 de volumen. Si el m^2 de material para la tapa vale 20 pesos, el de la base 50 y el de los lados 30, determina las dimensiones de la caja más económica.
10. Un contratista dispone de varios camiones para remover tierra de una excavación. Cada camión puede transportar, por las carreteras A o B, 10 m^3 de tierra por viaje. Si el costo de x viajes por la carretera A es $3 + 2x^2$ pesos y el de y viajes por la carretera B es $3y^2$, determine el costo mínimo, así como el número de viajes que deben hacerse por cada una de esas carreteras para remover $10\,000 \text{ m}^3$ de tierra.

Ejercicios complementarios

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir en tu libro de texto algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

- Sección 4.5: 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 20 y 22.

Unidad 7

Segundo examen integrador

Objetivo

Reafirmar, unificar e integrar los temas, conceptos y métodos estudiados en las primeras seis unidades del curso.

Contenido

El contenido de esta unidad es el de las seis unidades anteriores.

Indicadores de evaluación

1. Utilizar el teorema del valor medio para acotar el número de ceros de una función monótona.
2. Usar el teorema del valor medio para argumentar porqué la diferencia de dos funciones que tienen la misma derivada en un intervalo debe ser una constante.
3. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la primera derivada para clasificarlos.
4. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la segunda derivada para clasificarlos.
5. Determinar los intervalos de monotonía de una función, mediante el signo de su primera derivada.
6. Determinar los intervalos de concavidad de una función, mediante el signo de su segunda derivada.
7. Determinar los valores máximo y mínimo absolutos de una función en un intervalo finito dado.
8. Determinar los valores máximos y mínimos locales y absolutos de una función en un intervalo dado.
9. Dada una función, determinar su dominio, sus ceros, sus puntos críticos, sus puntos de inflexión, sus intervalos de positividad, sus intervalos de monotonía, sus intervalos de concavidad, sus asíntotas horizontales y verticales y usar esta información para esbozar su gráfica.
10. Aplicar la derivada para resolver problemas de optimización.

Actividades y tarea

1. Revisa el material de las seis unidades anteriores, de acuerdo a lo que te señalan los indicadores de evaluación de esta unidad, especialmente el que no te haya quedado claro. **¡HE AQUÍ OTRA GRAN OPORTUNIDAD PARA QUE REVISES A PROFUNDIDAD LOS TEMAS QUE NO TE HAN QUEDADO CLAROS EN LO QUE VA DEL CURSO Y RESUELVAS TODAS TUS DUDAS! ¡Asiste a asesoría tantas veces como te haga falta!** *Recuerda que la calificación que obtengas en esta unidad será tu segunda calificación parcial.*
2. Para presentar el examen de esta unidad debes entregar un ensayo sobre Leonhard Euler (1707-1783), en el que discutas brevemente sus contribuciones al cálculo diferencial e integral. Tu ensayo debe ser de una cuartilla y debes escribirlo a mano, con tus propias palabras, de manera clara y con buena ortografía. *Recuerda que copiar textualmente de tu fuente de información sin dar el crédito correspondiente es un plagio.*
3. Es recomendable aprobar esta unidad antes de finalizar la Semana 7.