SEGUNDO PARCIAL EXAMEN DE LÓGICA

Trimestre 12-P. Junio 26 de 2012.

SOLUCIÓN

Instrucciones. Conteste todas las preguntas.

El marco de sus respuestas y comprensión de los temas de Lógica son los objetivos de la UEA de Lógica (clave 111222) que transcribo a continuación:

1. Comprender los principios básicos de la lógica matemática.
2. Demostrar la validez de argumentos mediante reglas formales.
3. Aplicar principios de lógica matemática en la elaboración de programas de cómputo.

PREGUNTAS

Demostrar (es decir dar los esquemas o las equivalencias o el álgebra para obtener la proposición que se pide o explicar que no se puede).

1) (**20**) Demostrar p, dado $t \Rightarrow p \vee q, \neg\neg t, \neg q$.

RESPUESTA

Dado $t \Rightarrow p \vee q, \neg\neg t, \neg q$, se tiene

$\neg\neg t \equiv t$, Modus Ponendo Ponens $\dfrac{\begin{array}{c} t \Rightarrow p \vee q \\ t \end{array}}{p \vee q}$,Modus Tollendo Ponens $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg q \end{array}}{p}$.

p está demostrado.

2) (**20**) Explique si son equivalentes $\neg(s \Rightarrow p)$ y $\neg s \Rightarrow p$. ¿Los paréntesis cambian el resultado?

RESPUESTA

Note que

$\neg(s \Rightarrow p) \equiv \neg p \wedge s$ ya que sus columnas son iguales, por otro lado

$\neg s \Rightarrow p \equiv s \vee p$ ya que sus columnas son iguales. Por tanto como $\neg p \wedge s$ no es equivalente a $s \vee p$ (es fácil verficar que no se puede obtener una de la otra), tampoco lo son $\neg(s \Rightarrow p)$ y $\neg s \Rightarrow p$.

s	p	$s \Rightarrow p$	$\neg(s \Rightarrow p)$	$\neg p$	$\neg p \wedge s$	$\neg s \Rightarrow p$	$s \vee p$
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Otra forma es por tabla de verdad de $\neg(s \Rightarrow p)$ y $\neg s \Rightarrow p$.

s	p	$s \Rightarrow p$	$\neg(s \Rightarrow p)$	$\neg s$	$\neg s \Rightarrow p$
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1

Como las columnas de $\neg(s \Rightarrow p)$ y $\neg s \Rightarrow p$ no son iguales no son equivalentes.

Lo cual demuestra que los paréntesis, sí cambian el resultado.

3) (**10**) Simplifique: $(\neg(q \vee r) \wedge (q \vee \neg 0)) \Rightarrow (\neg(q \vee (r \wedge \neg q)) \wedge \neg(q \vee 1))$

RESPUESTA

$(\neg(q \vee r) \wedge (q \vee \neg 0)) \Rightarrow (\neg(q \vee (r \wedge \neg q)) \wedge \neg(q \vee 1)) \equiv$

$(\neg(q \vee r) \wedge (q \vee 1)) \Rightarrow (\neg(q \vee (r \wedge \neg q)) \wedge \neg(1)) \equiv$

$(\neg(q \vee r) \wedge (1)) \Rightarrow (\neg(q \vee (r \wedge \neg q)) \wedge 0) \equiv$

$(\neg (q \vee r)) \Rightarrow 0 \equiv$
$(\neg q \wedge \neg r) \Rightarrow 0$

4.a) (**30**) El programa se detiene después de 24 iteraciones y se obtiene un valor tal que sea $\mathbb{RC}$ el conjunto de los números con la representación por computadora de punto flotante (dada en la nota anterior), ¿Explique si epsi confirma la afirmación: $\exists \varepsilon \in \mathbb{RC}$, $\varepsilon > 0$ tal que si $1 + \varepsilon \in \mathbb{RC}$, $s := 1 + \varepsilon$ entonces $s = 1$? De hecho epsi es el valor mas grande tal que se cumple la afirmación anterior, ¿que pasa con $1.0 + 5.960464477539\text{e}{-009}$?, ¿Cuanto es en $\mathbb{RC}$, $1.0 + 5.960464477539\text{e}{-009}$? ¿Cual es el rango de valores de ε en $[1.\text{e}{-36}, 1.\text{e}{+36}]$ de $\mathbb{RC}$?

RESPUESTA.

¿Explique si epsi ...?

En efecto, el programa da como resultado que con $\varepsilon = 5.960464477539\text{e}{-008}$, se tiene lo que afirma la proposición, que después de sumar y recortar $s := 1 + \varepsilon$, se tiene que s es igual a 1.

¿que pasa con $1.0+5.960464477539\text{e}{-009}$?, se hace la suma, se recorta el resultado al tamaño de float y se obtiene 1, ya que $5.960464477539\text{e}{-009}$ es menor que el valor de epsi.

¿Cuanto es en $\mathbb{RC}$, $1.0 + 5.960464477539\text{e}{-009}$? es 1

¿Cual es el rango de valores de ε en $[1.\text{e}{-36}, 1.\text{e}{+36}]$ de $\mathbb{RC}$? De lo anterior se deduce que es desde los números más pequeños hasta el valor de epsi, o sea, el intervalo es $[1.\text{e}{-36}, 5.960464477539\text{e}{-008}]$.

4.b) (**20**) ¿Es el resultado de las variables c y d, el que se obtendría de ejecutar este código o es falso (inventado por el profesor)? Debe explicar si es el resultado, es lógico y esperado de que se ejecute el programa. Dé una justificación de que el orden de las operaciones no es conmutativo, note que c corresponde con el orden 1.0 + epsi + epsi, mientras que d corresponde con el orden inverso, que es epsi + epsi + 1.0. ¿Es cierto o falso que el orden de las operaciones puede afectar el resultado en $\mathbb{RC}$, explique?

RESPUESTA.

Se usa lo que dice la nota para realizar las operaciones, se suma y recorta.

¿Es el resultado de las variables c y d, el que se obtendría de ejecutar este código o es falso (inventado por el profesor)?

El programa en su primera parte muestra que $1.0 + 5.960464477539\text{e}{-008}$ es 1.

{epsi=5.960464477539e−008}

float c = 1.0 + epsi;

{epsi=5.960464477539e−008, es el primer valor que se suma a 1 y no lo cambia se deduce que c= 1; }

c = c + epsi;

{epsi=5.960464477539e−008, c= 1, 5.960464477539e−008 es el primer valor que se suma a 1 y no lo cambia se deduce que $c = 1$; }

Este demuestra que el resultado o sea el valor de c es 1.

{epsi=5.960464477539e−008}

float d = epsi + epsi;

{d=5.960464477539e−008 + 5.960464477539e−008, d tiene el doble del valor de epsi, d= $5.960464477539e - 008 + 5.960464477539e - 008 = 1.1920928955078\text{e}{-07}$ }

d = d + 1.0;

{La suma 1.1920928955078e−07 + 1, recortada es 1.000000119209e+000, que es lo que se guarda en d,o sea d= 1.000000119209e+000}

Esto demuestra que el valor de d es 1.000000119209e+000

¿Es cierto o falso que el orden de las operaciones puede afectar el resultado en $\mathbb{RC}$, explique?

Es cierto que ”El orden de las operaciones afecta los resultados en $\mathbb{R}\mathbb{C}$”, si fuera falso los códigos

”c=1+epsi; c=c+epsi;”

y

”d=epsi + epsi; d=d+epsi”

daríán el mismo resultado. Lo cual no ocurre en el programa del examen.