EXAMEN GLOBAL DE LÓGICA

Trimestre 12-P. Julio 24 de 2012.

Grupo: CCB02 Profesor: Dr. Carlos Barrón Romero

SOLUCION

Instrucciones. Conteste todas las preguntas. 150 puntos corresponden a la calificación de 10. Para los siguientes ejercicios traduzca adecuadamente a fórmulas lógicas y demuestre o infiera lógicamente, use álgebra o tablas de verdad.

El marco de sus respuestas y comprensión de los temas de Lógica son los objetivos de la UEA de Lógica (clave 111222) que transcribo a continuación:

Comprender los principios básicos de la lógica matemática.

Demostrar la validez de argumentos mediante reglas formales.

Aplicar principios de lógica matemática en la elaboración de programas de cómputo.

1. Se tienen los siguientes enunciados:

persona(maría), persona(juan), persona(miguel), persona(mario).

hermanos(maría, miguel), hermanos(miguel, maría).

(**10**) 1.a) Construya o justifique que no se puede crear el conjunto P={x | persona(x)}

RESPUESTA.

Usando los enunciados,

P={maría, juan, miguel, mario}

(**10**) 1.b) Construya o justifique que no se puede crear el conjunto H(juan)={y | hermanos(y,juan) ∨ hermanos (juan,y) }.

RESPUESTA.

Usando los enunciados, H(juan)=ϕ (Conjunto vacío, ya que no hay enunciados de hermanos de juan.

(**10**) 2. Formule una pregunta que permita descubrir cuando entre dos personas, una siempre dice la verdad y la otra siempre miente. Sugerencia: sea la pregunta ¿eres una persona?

Argumente o explique o justifique si su respuesta permite conocer quien es el que siempre dice la verdad y quién siempre dice mentiras.

RESPUESTA.

Persona que dice la verdad (V)	Persona que miente (M)
¿Eres una persona?	¿Eres una persona?
Respuesta de V: Sí	Respuesta de M: No
Sí, es su respuesta porque es verdad	No, es su respuesta porque miente

La tabla anterior muestra que es posible distinguirlas porqué V siempre responde sí, mientras que M siempre responde no.

(**20)** 3) Demostrar p, dado $a \wedge b \Rightarrow c \vee p$, $a, b, \neg c$.

RESPUESTA.

Regla de Adjunción $\dfrac{\begin{array}{c} a \\ b \end{array}}{a \wedge b}$,

Modus Ponendo Ponens $\dfrac{\begin{array}{c} a \wedge b \Rightarrow c \vee p \\ a \wedge b \end{array}}{c \vee p}$, Modus Tollendo Ponens $\dfrac{\begin{array}{c} c \vee p \\ \neg c \end{array}}{p}$.

Se infiere p.

(**20**) 4) Explique si son o no son equivalentes $\neg(s \vee p \wedge q)$ y $\neg s \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

RESPUESTA.

Son equivalentes suponiendo que $\wedge$ tiene prioridad sobre $\vee$, es decir $s \vee p \wedge q$ significa $s \vee (p \wedge q)$ (en forma similar a la prioridad de la operación de multiplicación sobre la operación de suma).

En este caso se tiene:

$\neg(s \vee (p \wedge q)) \equiv \neg s \wedge \neg(p \wedge q)$ (por la Regla de De Morgan) y

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (por la Regla de De Morgan). Por tanto

$\neg(s \vee p \wedge q) \equiv \neg s \wedge (\neg p \vee \neg q)$. Y son equivalentes:

$\neg(s \vee (p \wedge q)) \equiv \neg s \wedge (\neg p \vee \neg q)$. Y son equivalentes

De otra forma no son equivalentes, ya que sin prioridad $(s \vee p) \wedge q$ es distinto de $s \vee (p \wedge q)$.

Tabla de verdad

s	p	q	$(s \vee p) \wedge q$	$s \vee (p \wedge q)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Es importante conocer estos resultados finos del álgebra de enunciados.

5) Identificar enunciados y predicados, traducirlos a símbolos, si no es posible explique:

(**10**) 5.a) ¿Salimos a caminar?

RESPUESTA.

No se puede es una pregunta, no una afirmación.

(**10**) 5.b) Si estudio y hago ejercicios de lógica entonces apruebo el curso de Lógica.

RESPUESTA.

E: estudio,

H: hago ejercicios de lógica entonces,

A: apruebo el curso de Lógica. Resulta en la fórmula: (E $\wedge$ H) $\Rightarrow$A

(**10**) 5.c) Todos los mamíferos son hembras o machos.

RESPUESTA.

En notación funcional con "x" (un algo):

M(x): x es mamífero,

h(x): x es hembra,

m(x): x es macho

Resulta la fórmula: $\forall$x, M(X)$\Rightarrow$h(x) $\vee$ m(x).

(**10**) 5.d) Si cualesquiera dos personas viven en la misma casa entonces comparten la casa.

En notación funcional con "x" (un algo):

P(x): x es persona,

v(x,y): x e y viven en la misma casa,
c(x,y): x e y comparten la casa
Resulta la fórmula: $\forall$x, P(X), $\forall$y, P(y), v(x,y) $\Rightarrow$c(x,y).

6) Se tienen tres afirmaciones:

- Para un algoritmo (A), dado el conjunto de datos (D), se tiene una prueba de escritorio con los resultados esperados (E) entonces los resultados de un programa y de la ejecución del código de compilación deben coincidir para que el programa sea una correcta implementación del algoritmo (A).
- Juan desarrollo su versión de programa del algoritmo y sus resultados de su prueba de escritorio (J) con el juego de datos dado (D). Lo compilo y ejecuto y no coincidieron los resultados con los de su prueba de escritorio (J).
- La ejecución del programa de Juan dio los resultados de la prueba de escritorio (E).

(**20**) 6.1 ¿Argumente o demuestre si se infiere que el programa de Juan sea una correcta implementación del algoritmo dado (A)?

RESPUESTA.

Damos la notación:
j es programa de Juan.
p(x): x es un programa
algoritmo: A,
el conjunto de datos: D,
resultados esperados del algoritmo A: E,
C: compilar, C(x) código de compilación de x,
x(D): resultados del x,
K(A,x): x es una correcta implementación de A.
Los enunciados son entonces:
$\forall$x, p(x), m=C(x), m(D)=E$\Rightarrow$ K(A,x)
j, n=C(j), n(D)$\neq$J.
j, n=C(j), n(D)=E.
1) se toma una instancia de 1) para j, p(j), m=C(j), m(D)=E$\Rightarrow$ K(A,j),
2) Se tiene j, n=C(j), n(D)=E. Que equivale a p(j), m=C(j), m(D)=E
3) Modus Ponendo Ponens de 1),

Modus Ponendo Ponens $\dfrac{\begin{array}{l}\text{p(j), m=C(j), m(D)=E} \Rightarrow \text{K(A,j)}\\ \text{p(j), m=C(j), m(D)=E}\end{array}}{\text{K(A,j)}}$. O sea j es una correcta implementación del algoritmo A.

(**20**) 6.2 ¿Argumente o demuestre si se puede concluir que los resultados de la prueba de escritorio de Juan (J) son distintos de los resultados de la prueba de escritorio (E)?

RESPUESTA.

Se tienen como verdaderos
j, n=C(j), n(D)$\neq$J.
j, n=C(j), n(D)=E.
Es decir se tiene E=n(D) $\wedge$ n(D)$\neq$J, por transitividad: E$\neq$J.

No son iguales los resultados de la prueba de escritorio de Juan (J) y los resultados de la prueba de escritorio (E).