

Guía para el 1er examen de Lógica.

El valor del examen es 10 puntos. Usted elige varias preguntas que sumen exactamente 10 puntos. Sus respuestas correctas se suman para obtener la calificación correspondiente.

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

1. Comprender los principios básicos de la lógica matemática.
2. Demostrar la validez de argumentos mediante reglas formales.
3. Aplicar principios de lógica matemática en la elaboración de programas de cómputo.

Preguntas

Dado el Sistema de Formulas de las Proposiciones (SFP), siguiente:

- a. Axioma (proposiciones atómicas de valor fijo): Sea F, V dos símbolos para Falso y Verdadero. F y V son proposiciones.
- b. Axioma (proposiciones atómicas): Los símbolos p, q, r, s y t son proposiciones (y los valores que representan o pueden tomar son F o V).
- c. Regla (proposiciones moleculares): si P, Q son proposiciones (de los axiomas a o b), entonces son proposiciones $(P), \neg P, P \vee Q, P \wedge Q, P \rightarrow Q, P \leftrightarrow Q$.

1. [1.0] Encuentre y explique donde se usan meta-símbolos en SFP.
2. [1.0] Encuentre 4 proposiciones moleculares del lenguaje objeto de SFP (o sea cadenas de fórmulas bien formadas de SFP) que usen o midan exactamente 3, 4, 5 y 6 símbolos respectivamente.
3. [4.0] ¿Existe algún programa computable (o sea que usted pueda crear o piratear) para que dado n un número entero positivo (n puede tomar valores 1, 2, 3,...) se construyan todas las fórmulas posibles de SFP de tamaño n símbolos? Para obtener el puntaje, debe de explicar lógica y detalladamente porque su programa es computable sin lugar a dudas, o sea, que siempre termina con todas las fórmulas de tamaño n símbolos de SFP. O quizás descubra que no es posible tal programa, y esa pudiera ser la respuesta correcta.
4. [2.0] Si existiera el programa computable de (4) y lo extendiera a los supuestos del Teorema de Gödel, ¿Su programa sería una implementación de la enumeración de Gödel computable? Es decir dado un número regresa la fórmula lógica-matemática correspondiente.
5. [2.0] Explique o demuestre claramente que $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$ está en SFP.
6. [2.0] Para verificar y entender que una formula está en SFP, se usa la sintáctica, pero ¿se requiere a fuerza el uso de meta-símbolos en la verificación? Explique con ejemplos.

Sistema MIU [Douglas Hofstadter]

AXIOMA: En el sistema MIU sólo se emplean las tres siguientes letras: M, I, U.

AXIOMA: MI es un teorema del Sistema MIU:

REGLA I: Si se tiene una cadena cuya última letra sea I, se le puede agregar una U al final.

REGLA II: Supongamos que se tenga Mx . En tal caso, puede agregarse Mxx a la colección. Donde x es un meta-símbolo que representa una cadena de letras del Sistema MIU.

REGLA III: Si en una de las cadenas de la colección aparece la secuencia III, puede elaborarse una nueva cadena sustituyendo III por U.

7. [2.0] Explique Si MU es un teorema del Sistema MIU (O sea resuelva el enigma MU).
8. [1.0] Explique si es posible tener una regla de verificación rápida de si se tiene o no un teorema del sistema MIU que diga: Una condición necesaria para ser teorema del Sistema MIU es que

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

se comience con M.

9. [2.0] $MI^k \dots I^k$ es un teorema del Sistema MIU, donde la cadena $I^k \dots I^k$ tiene un número 2^k de I's, con $k = 0, 1, 2, \dots$, por ejemplo I, II, III, IIIIII, etcétera. ¿O vale para un número par de I's?
10. [2.0] $MI^k \dots I^k$ es un teorema del Sistema MIU, donde la cadena $I^k \dots I^k$ tiene un número 2^k de símbolos, con $k = 1, 2, \dots$, por ejemplo IU, IUIU, IUIUIUIU, etcétera. ¿O vale para un número par de símbolos?
11. [4.0] Invente una forma de reconocer Teoremas del Sistema MIU, similares a los de las preguntas 10 o 11, o explique si no es posible porque ya se tienen todos los posibles casos.
12. [1.0 c/u] Traducir a proposiciones simbólicas lógicas o funcionales, la que considere mas adecuada o que mejor represente el enunciado dado (use operadores lógicos, cuantificadores \forall para todo y \exists existe, si son necesarios) y de ejemplos o explique que no hemos visto:
 - a. Una persona es mortal.
 - b. Juan Martínez de la Garza es humano.
 - c. Ernestina y Emma son hermanas.
 - d. Ana y Mario tiene pareja.
 - e. Ana y Mario son pareja.
 - f. Un hombre no puede ser amigo de ninguna una mujer.
 - g. A la vez Juan es chaparro y Lourdes es alta.
 - h. Si estudio lógica entonces suben mis calificaciones y terminaré mi carrera.
 - i. Una condición necesaria pero no suficiente para ser mejor estudiante es que no falte a clases.
 - j. Mi promedio es excelente porque estudio, trabajo, hago todas mis tareas, soy simpático y respetuoso con los maestros, no me enfermo y nunca falto a clases.
 - k. Nunca he asistido a una escuela o sea no he sido estudiante.
 - l. No soy estudiante si y solo si no asisto a todas las escuelas.
13. [1.0, c/u] Explique los conceptos y de ejemplos de estos:
 - a. Sintáctica.
 - b. Semántica.
 - c. Pragmática.
 - d. Diagrama: objeto, símbolo, persona y su relación con los conceptos Sintáctica, Semántica, Pragmática, lenguaje natural y lenguaje formales.
 - e. Enumeración de Gödel.
 - f. Paradoja o bucles extraños.
 - g. Lenguaje Natural.
 - h. Ciencias Inmanentes.
 - i. Lenguaje Natural.
 - j. Lenguaje Artificial.
 - k. Lenguajes Formales.
 - l. Sistemas formales.
 - m. Isomorfismo.
 - n. Cardinalidad de los números naturales y los números pares.
 - o. Proposiciones funcionales.
 - p. Teorema de Turing.
 - q. Teorema de Gödel.
 - r. Proposiciones atómicas y moleculares.
 - s. Partes o elementos de las proposiciones moleculares.

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

- t. Partículas u operadores lógicos.
- u. Lógica matemática.
- v. Uso, mención.
- w. Símbolo.
- x. Contraejemplo.
- y. Meta-símbolo.
- z. Decibilidad, paradojas y bucles extraños.
- aa. Función.
- bb. Función biyectiva.