Tarea de Introducción al Cálculo
Profesor Carlos Barrón Romero
Ejercicios del Caítulo 3.1, libro: Calculo de una variable, George B. Thomas, Décima segunda edición, Pearson.

Ejercicios 3.1

1. Pendientes rectas y tangentes.
En los ejercicios 1 a 4, utilice la cuadríucla y una regla para estimar la pendiente en los puntos de la curva P_1 y P_2.

2. De la grafica 1, se tiene en P_1 :

x	y
-0.2	-0.2
0.2	0.2

La estimación es $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0.2-(-0.2)}{0.2-(-0.2)} = 1.0$

x	y
-0.1	-0.1
0.1	0.1

La estimación es $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0.1-(-0.1)}{0.1-(-0.1)} = 1.0$

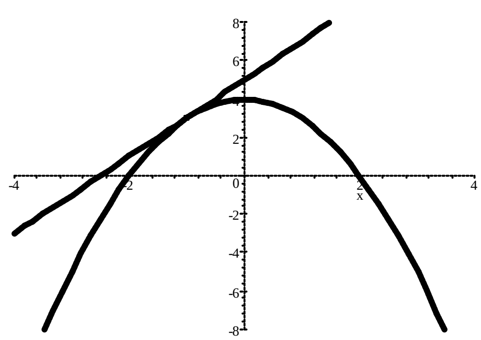
Por tanto una estimación en el punto es 1.0.
En el punto P_2 se tiene

x	y
1	1.6
1.2	2.6

La estimación es $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2.6-(1.6)}{1.2-(1)} = \frac{1}{0.2} = 5$

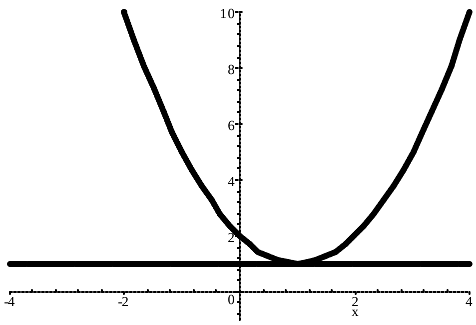
Es dificil de distinguir otros valores.
Pero 5 es una aproximación a la pendiente en P_2.
Esboze la grafica de la función y la tangente en el punto dado.

5.$y = 4 - x^2$, $(-1,3)$.
RESPUESTA.
Sea $f(x) = 4 - x^2$.
Sean $x_0 = -1, f(x_0) = y_0 = 3$.
Se cálcula el límite
$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{4-(-1+h)^2-(4-(-1)^2)}{h} = 2$.
la pendiente es $m = 2$.
La ecuación de la tangente se obtiene de
$y_0 = mx_0 + b$. Sustituyendo $3 = 2(-1) + b$, $b = 5$
La ecuación de la recta tangente en $(-1,3)$ es $y = 2x + 5$
Gráfica de la función y la tangente

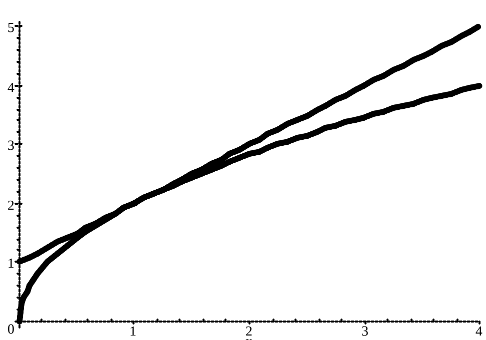


6. $y = (x-1)^2 + 1$, $(1,1)$
RESPUESTA.

Sea $f(x) = (x-1)^2 + 1$.
Sean $x_0 = 1, f(x_0) = y_0 = 1$.
Se cálcula el límite
$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{((1+h)-1)^2+1-((1-1)^2+1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2+1-(1)}{h} = 0$
la pendiente es $m = 0$.
La ecuación de la tangente se obtiene de
$y_0 = mx_0 + b$. Sustituyendo $1 = 0(1) + b,\ b = 1$
La ecuación de la recta tangente en $(1,1)$ es $y = 1$
La recta es paralela al eje de las X.



7 $y = 2\sqrt{x}, (1,2)$
RESPUESTA.
Sea $f(x) = 2\sqrt{x}$.
Sean $x_0 = 1, f(x_0) = y_0 = 2$.
Se cálcula el límite
$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\sqrt{1+h}-\left(2\sqrt{1}\right)}{h} =$
$\lim_{h\to 0} \frac{2\sqrt{1+h}-\left(2\sqrt{1}\right)}{h} \frac{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)}{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)} = \lim_{h\to 0} \frac{4(1+h)-(4)}{h} \frac{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)}{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)} =$
$\lim_{h\to 0} \frac{4(1+h)-(4)}{h} \lim_{h\to 0} \frac{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)}{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)} = \lim_{h\to 0} 1 \lim_{h\to 0} \frac{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)}{2\sqrt{1+h}+\left(2\sqrt{1}\right)} =$
$1 \frac{2\sqrt{1}+\left(2\sqrt{1}\right)}{2\sqrt{1}+\left(2\sqrt{1}\right)} = 1$
la pendiente es $m = 1$.
La ecuación de la tangente se obtiene de
$y_0 = mx_0 + b$. Sustituyendo $2 = 1(1) + b,\ b = 1$
La ecuación de la recta tangente en $(1,2)$ es $y = x + 1$
La recta es paralela al eje de las X.



8 $y = \frac{1}{x^2}$, $(-1,1)$.

RESPUESTA.

Sea $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

Sean $x_0 = -1, f(x_0) = y_0 = 1$.

Se cálcula el límite

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{(-1+h)^2}-\left(\frac{1}{(-1)^2}\right)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{1-2h+h^2}-1}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{1-(1-2h+h^2)}{1-2h+h^2}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2h-h^2}{1-2h+h^2}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2-h}{1-2h+h^2} = 2$$

la pendiente es $m = 2$.

La ecuación de la tangente se obtiene de

$y_0 = mx_0 + b$. Sustituyendo $1 = 2(-1) + b$, $b = 3$

La ecuación de la recta tangente en $(1,2)$ es $y = 2x + 3$

La recta es paralela al eje de las X.