Primer Examen Parcial de Lógica
Trimestre 13-I. 12 de febrero de 2013.

Grupo: CCB81 Profesor: Carlos Barrón Romero
SOLUCION.
Instrucciones. Conteste todas las preguntas.
El marco de sus respuestas y comprensión de los temas de Lógica son los objetivos de la UEA de Lógica (clave: 111222) que transcribo a continuación:
1. Comprender los principios básicos de la lógica matemática.
2. Demostrar la validez de argumentos mediante reglas formales.
3. Aplicar principios de Lógica Matemática en la elaboración de programas de cómputo.

El valor de cada respuesta correcta aparece dentro de [ ].

1. Traduzca a la notación simbólica.
   (a) [05] Los perros vuelan o los patos caminan.
   RESPUESTA.
   $p \vee q$
   donde p: Los perros vuelan y q: los patos caminan.
   (b) [05] Por favor, dime, Cristobal Colón demostró que la tierra redonda o fue Fernando de Magallanes.
   RESPUESTA.
   No es traducible es una pregunta.
   (c) [05] Si una computadora tiene patas y camina entonces es un robot.
   RESPUESTA.
   $(p \wedge q) \rightarrow r$
   donde p: una computadora tiene patas, r: una computadora camina y r: una computadora es un robot.
2. Responda si es falso(0) o verdadero(1) el enunciado compuesto.
   (a) [05] $3 > 2 \rightarrow 3 > 0$.
   RESPUESTA. 1
   (b) [05] $(p \vee 1) \wedge 0 \rightarrow 1$.
   RESPUESTA. 1
   (c) [05] $\rceil (a \vee b) \equiv (\rceil a \vee \rceil b)$.
   RESPUESTA. 0.
   (d) [05] $(\rceil a \vee \rceil b) \equiv (\rceil a \vee \rceil b)$.
   RESPUESTA. 1.
   (e) [05] $a \wedge \rceil 1 \equiv 0$.
   RESPUESTA 1.
3. [20] Un mexicano, un inglés y un alemán discuten acerca de sus respectivas profesiones (profesor de Lógica y astronauta). Usted tiene estos enunciados:
   (a) El mexicano es profesor de Lógica o es astronauta.
   (b) El inglés no es astronauta.
   (c) El inglés tiene una profesión distinta a la del alemán.
   (d) El alemán es profesor de Lógica.
   De los cuales sólo uno es falso y los otros 3 verdaderos. ¿Que profesiones tienen respectivamente el mexicano, el inglés y el alemán? ¿Cuantas soluciones tiene este problema?
   Transcribalos a la notación simbólica y compruebe que su solución satisface las condiciones impuestas sobre los enunciados (a), (b), (c) y (d).

RESPUESTA.

a= $M(s) \vee M(l)$.

b= $\rceil I(s)$.

c= $I(p) \neq A(p)$.

d= $A(l)$.

donde

s: Astronauta, l: profesor de Lógica, p: profesión, M: mexicano, I: Inglés y A: alemán.

Asumiendo que el mexicano sea profesor de Lógica, que el inglés sea astronauta y que el alemán sea profesor de Lógica, se tiene $M(l) = 1$, $I(s) = 1$ y $A(l) = 1$. Además, se cumplen las condiciones sobre los enunciados ya que a=1, b=0, c=1, d=1.

No es la única solución, para encontrar todas las soluciones se construye una tabla. Por ejemplo:

	M	I	A	a=$M(s) \vee M(l)$	b= $\rceil I(s)$	c= $I(p) \neq A(p)$	d= $A(l)$	Solución
1	s	s	s	1	0	0	0	No
2	s	s	l	1	0	1	1	Si
3	s	l	s	1	1	1	0	Si
4	s	l	l	1	1	0	1	Si
5	l	s	s	1	0	0	0	No
6	l	s	l	1	0	1	1	Si
7	l	l	s	1	1	1	0	Si
8	l	l	l	1	1	0	1	Si

Se tienen 6 soluciones que son las marcadas con Si. La número 6 es la que se dio al inicio.

4. [20] Compruebe si son equivalentes: $\rceil (a \vee b \vee c) \equiv (\rceil a \wedge \rceil b \wedge \rceil c)$.

   RESPUESTA,

   Por álgebra, usando las regla de Morgan

   $\rceil (a \vee b \vee c) \equiv \rceil ((a \vee b) \vee c) \equiv \rceil (a \vee b) \wedge \rceil c$.

   Como $\rceil (a \vee b) \equiv (\rceil a \wedge \rceil b)$, se tiene $\rceil (a \vee b \vee c) \equiv (\rceil a \wedge \rceil b \wedge \rceil c)$.

   Por tabla de verdad

a	b	c	$(a \vee b \vee c)$	$\rceil (a \vee b \vee c)$	$\rceil a$	$\rceil b$	$\rceil c$	$\rceil a \wedge \rceil b \wedge \rceil c$
0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0

   Note que las columnas $\rceil (a \vee b \vee c)$ y $\rceil a \wedge \rceil b \wedge \rceil c$ son iguales.

5. [20] Determine si la siguiente fncl es satisfacible, encuentre una n-ada que la satisfaga y verifique que su n-ada es correcta o argumente que no es satisfacible por reducción a ϕ.

   $\rceil x_5 \vee \rceil x_4 \vee \rceil x_3 \vee \rceil x_2 \vee x_1$.

   $\wedge\ x_2 \vee x_1$.

   $\wedge\ x_4 \vee x_3$.

   $\wedge\ \rceil x_1$.

RESPUESTA.

Sea la asignación ($x_5 = 1, x_4 = 1, x_3 = 0, x_2 = 1, x_1 = 0$), se tiene entonces

$$
\begin{array}{lcl}
\rceil\, x_5 \vee \rceil x_4 \vee \rceil x_3 \vee \rceil x_2 \vee x_1 & & \\
\quad 0 \;\vee\; 0 \;\vee\; 1 \vee 0 \vee\; 0 & = & 1 \\
\wedge x_2 \vee x_1 & & \\
\wedge\;\; 1 \;\vee 0 & = & 1 \\
\wedge x_4 \vee x_3 & & \\
\wedge\, 1 \;\vee\; 0 & = & 1 \\
\wedge \rceil x_1 & & \\
\wedge\;\; 1 & = & 1 \\
 & & 1
\end{array}
$$

Basta con este ejemplo para afirmar que la fcnl es satisfacible.