Tarea de Lógica formas normales cláusulas lógicas (fncl).
Profesor Carlos Barrón Romero
SOLUCIÓN. Corrección a la reducción algebraica. vista en clase.

Determine si las siguientes fncl son satisfacibles, encuentre una n-ada que la satisfaga y verifique que su n-ada es correcta.

1. $x_1 \vee x_2 \vee x_4$

   $\wedge\ x_1 \vee \rceil x_2$

   RESPUESTA.

   Es satisfacible porque con $(x_1 = 1, x_2 = 0, x_4 = 0)$ se tiene por sustitución

$1 \vee 0 \vee 0$	$\equiv$	1
$\wedge\ 1 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
		1

2. $x_1 \vee \rceil x_5 \vee x_2$

   $\wedge\ x_5 \vee \rceil x_2$

   $\wedge\ x_1$

   RESPUESTA.

   Es Satisfacible porque con $(x_1 = 1, x_5 = 1, x_2 = 0)$ se tiene por sustitución

$1 \vee 0 \vee 0$	$\equiv$	1
$\wedge\ 1 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
$\wedge\ 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
		1

3. $x_1 \vee \rceil x_2 \vee x_3 \vee \rceil x_4 \vee x_5$

   $\wedge\ \rceil x_1 \vee x_2$

   $\wedge\ \rceil x_3 \vee x_4$

   $\wedge\ \rceil x_5$

   RESPUESTA.

   Es Satisfacible porque con $(x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0)$ se tiene por sustitución

$1 \vee 0 \vee 0 \vee 1 \vee 0$	$\equiv$	1
$\wedge\ 0 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
$\wedge\ 1 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
$\wedge\ 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
		1

4. $x_1 \vee x_2 \vee \rceil x_3$

   $\wedge\ \rceil x_1 \vee \rceil x_2$

   RESPUESTA.

   Es Satisfacible porque con $(x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0)$ se tiene por sustitución

$1 \vee 0 \vee 1$	$\equiv$	1
$\wedge\ 0 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
		1

5. $\rceil\, x_1 \vee \rceil x_2 \vee \rceil x_3 \vee \rceil x_4 \vee x_5$

$\wedge\ x_1 \vee x_2$

$\wedge\ x_3 \vee x_4$

$\wedge\ \rceil x_5$

Es Satisfacible porque con $(x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0)$ se tiene por sustitución

$1 \vee 0 \vee 1 \vee 0 \vee 0$	$\equiv$	1
$\wedge\ 0 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
$\wedge\ 0 \vee 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
$\wedge\ 1$	$\equiv$	$\wedge\ 1$
		1

NOTA. Ejemplo y simplificación de un no satisfacible:

Para simplificar se requiere una forma del estilo $<\text{A}>\vee x$, $<\text{A}>\vee\rceil v$. Por ejemplo:

$x_1 \vee x_2 \vee \rceil x_3$
$\wedge\ x_1 \vee x_2 \vee x_3$

Aquí $<\text{A}>\equiv x_1 \vee x_2$ y $v \equiv x_3$. Esta forma se simplifica a $<\text{A}>$. En este caso a $x_1 \vee x_2$. Porque por una tabla de verdad se tiene:

$<\text{A}>$	v	$<\text{A}>\vee v$	$<\text{A}>\vee\rceil v$	$(<\text{A}> \vee v) \wedge (<\text{A}>\vee\rceil v)$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

.

Note que las columnas de $<\text{A}>$ y de $(<\text{A}> \vee v) \wedge (<\text{A}>\vee\rceil v)$ son iguales, esto es $<\text{A}> \equiv (<\text{A}> \vee v) \wedge (<\text{A}>\vee\rceil v)$.

Así un ejemplo no satisfacible es el siguiente:

$x_1 \vee x_2 \vee x_3$ (A)

$\wedge\ x_1 \vee x_2 \vee \rceil x_3$ (B)

$\wedge\ x_1 \vee \rceil x_2$ ....(C)

$\wedge\ \rceil x_1$..................(D).

Se tiene de (A) y (B): $x_1 \vee x_2$ que combinando con (C) se tiene x_1. Esta y (D) da ϕ.

Comprobación por tabla de verdad.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \vee x_2 \vee x_3$ (A)	$x_1 \vee x_2 \vee \rceil x_3$ (B)	$\wedge\ x_1 \vee \rceil x_2$ (D)	$\wedge\ \rceil x_1$ (D)	A∧B∧C∧D
0	0	0	0	-	-	-	0
0	0	1	1	0	-	-	0
0	1	0	1	1	0	-	0
0	1	1	1	1	0	-	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	-	-	-	0	0
1	1	0	-	-	-	0	0
1	1	1	-	-	-	0	0

Note que - es ya no importa porque al tener un 0 en alguna columna la conjunción es 0.

Por la tabla anterior

$x_1 \vee x_2 \vee x_3$ (A)

$\wedge\ x_1 \vee x_2 \vee \rceil x_3$ (B)

$\wedge\ x_1 \vee \rceil x_2$ ....(C)

$\wedge\ \rceil x_1$..................(D)

Es no satisfacible (no hay una n-ada que lo haga 1).

Finalmente, observe que

$x_1 \vee x_2 \quad$ (A)

$\wedge \rceil x_1 \vee \rceil x_2 \quad$ (B)

No se simplifica a ϕ, porque

x_1	x_2	$x_1 \vee x_2$ (A)	$\rceil x_1 \vee \rceil x_2$ (B)	$(x_1 \vee x_2) \wedge (\rceil x_1 \vee \rceil x_2)$	$(\rceil x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \rceil x_2)$
0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0

.

O sea $(x_1 \vee x_2) \wedge (\rceil x_1 \vee \rceil x_2) \neq 0$, de acuerdo con lo anterior $(x_1 \vee x_2) \wedge (\rceil x_1 \vee \rceil x_2) \equiv (\rceil x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \rceil x_2)$.