

Lista de ejercicios para el 3er examen parcial

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Describir, interpretar e ilustrar los modelos teóricos de cómputo.
- Describir los conceptos de lenguaje formal y gramática.
- Reconocer y diferenciar las clases de lenguajes formales asociadas con cada modelo teórico de cómputo.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución.

1. El objetivo del curso es "Explicar, interpretar e ilustrar los conceptos formales que sustentan el modelo teórico y conceptual de las computadoras.". Desarrollar con sus palabras un resumen de la equivalencia entre la simulación de una MT y una computadora. Con base en lo expuesto en clase y en las secciones 8.6.1 "Simulación de una máquina de Turing mediante una computadora" y 8.6.2 "Simulación de una computadora mediante una máquina de Turing" del libro Introducción a la Teoría de autómatas, lenguajes y computación, Hopcroft, Motwani, Ullman.
2. Dado un plano de dimensiones infinitas, dividido en celdas como una cuadrícula. Se definen dos tipos de conjuntos de movimientos $M_4 = \{2, 8, 4, 6, H\}$ y $M_8 = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, H\}$ donde H es paro y los otros dígitos significan la dirección del movimiento respecto al centro de la tabla:

1 ↖	2 ↑	3 ↗
4 ←	5	6 →
7 ↙	8 ↓	9 ↘

Se definen dos tipos de Máquina de Turing sobre la cuadrícula infinita, que llamaremos Robots de Turing (RT), con los esquemas formales $RT_4 = (Q, q_0, \Sigma, \delta_4)$ y $RT_8 = (Q, q_0, \Sigma, \delta_8)$ donde $\delta_4 : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times M_4$ y $\delta_8 : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times M_8$ y Q, q_0, Σ son como en una MT.

- (a) Suponga además que existe un carácter especial ■ que se puede ubicar en cualquier cuadro del plano y que tiene la propiedad especial de que los RT no pueden ocupar la casilla o cuadro con ■. Explicar o demostrar si los RT_4 y los RT_8 son o no equivalentes, en el sentido de ser capaces de resolver los mismos problemas o lenguajes.
 - (b) Sin el carácter especial ■. Explicar o demostrar si los RT_4 o los RT_8 son o no equivalentes a una MT.
 - (c) Con el carácter especial ■. Se pueden construir laberintos finitos (una región cerrada limitada por ■ pero con la propiedad de que cualquier cuadro dentro de la región tiene al menos otro cuadro vecino al lado o en diagonal). Explicar o demostrar si los RT_8 pueden o no recorrer todo un laberinto finito. Construir un ejemplo.
 - (d) Con el carácter especial ■. Explicar o demostrar si los RT_4 pueden o no recorrer todo un laberinto finito como los formulados en el inciso anterior. Construir un ejemplo.
3. Dada la fórmula:

$$p(x+1, t+1) = K_0 p(x, t) + K_1 p(x-1, t) + K_2 p(x-2, t)$$

donde $p : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$, K_0, K_1 y K_2 son constantes y $x, t \in \mathbb{N}$, $x+1 \geq 2$ y $t \geq 0$.

- (a) Explicar, ¿es $p(x, t)$ una función recursiva? Que datos adicionales hay que definir.
 - (b) Explicar, ¿cómo hacer de $p(x, t)$ una función computable?
 - (c) Suponiendo que tiene MTs para realizar el cálculo de sumas, de productos, de 1, de K_0 , de K_1 , de K_2 describir como funciona una MT para calcular $p(x, t)$.
 - (d) Para $K_0 = 1, K_1 = 2$ y $K_2 = 3, p(2, 0) = 1, p(1, 0) = 1, p(0, 0) = 1$. Calcular y dar los detalles del cálculo de $p(3, 1), p(4, 1)$ y $p(3, 2)$.
4. Con MTs simples, como las vistas en clase o descritas en el libro de texto. Explicar si es computable, el problema de determinar si dado un número positivo, este es número primo. Un número natural positivo es primo si y solo si es divisible por la unidad y el mismo.
 5. Escribir un ejemplo de un problema no computable.
 6. Escribir un ejemplo de un problema no decidible distinto de la indecidibilidad de la computabilidad por una MT.
 7. Explicar con sus palabras de forma breve la jerarquía de los lenguajes desde los autómatas determinísticos finitos a las MT y su relación con la gramáticas de acuerdo con la clasificación de las Gramáticas de Chomsky (lectura en la página del curso).
 8. Explicar en que consiste programar una MT.
 9. Explicar como se asocia o se numeran todas las MTs y como se usa la técnica de la diagonal de Cantor para demostrar que hay lenguajes computables que no corresponden con alguna MT.
 10. En el libro de Gödel, Escher, Bach, Una Eterna Trenza Dorada de Douglas R. Hofstadter, dos personajes ficticios, Aquiles y la Tortuga, mantienen una discusión acerca de un sistema de reproducción de música de la más alta fidelidad (capaz de reproducir exactamente lo que diga un disco). Aquiles sostiene que mejorando su equipo en algún momento, será imposible que se autodestruya al reproducir un disco que le entrega doña Tortuga. El disco contiene el mensaje "destruyete". Explicar si es posible o no, mediante una MT construir el sistema de reproducción de música de la más alta fidelidad posible con la tecnología actual y del futuro (Reproductor Digital de Turing) que no se destruya al reproducir el disco en cuestión. Y finalmente, como colofón, explicar porqué se puede considerar que el Reproductor Digital de Turing es de chafa fidelidad si no se autodestruye al reproducir el disco de doña Tortuga.
 11. [1.0] Explicar si se puede o no, escribir un ejemplo de una función recursiva primitiva para la cual no se pueda construir una máquina de Turing que la calcule.
 12. [1.0] Explicar si se puede o no, escribir un ejemplo de una expresión regular que no sea reconocida por un autómata no determinístico con transiciones ϵ .
 13. [1.0] Explicar si se puede o no, con un ejemplo de un programa que funcione en una computadora moderna pero que no sea posible traducirlo y que funcione en una máquina de Turing apropiada.
 14. [1.0] Explicar jerarquía de los lenguajes en base a los distintos mecanismos, o sea de autómata determinístico finito, autómata de pila determinístico, autómata de pila y Máquina de Turing.
 15. [1.0] Dar ejemplos de lenguajes que sean propios de cada mecanismo: autómata determinístico finito, autómata de pila determinístico, autómata de pila y Máquina de Turing.
 16. [1.0] Explicar la tesis de Turing-Church.
 17. [1.0] Explicar que es una máquina de Turing universal.

Explicar, libremente, sus problemas de aprendizaje y de formación profesional si por alguna razón considera que el curso no cumplió con los objetivos de la UEA y de su carrera. Por otro lado, escribir sus sugerencias para resolver esto.