

Nombre del alumno:-----

Matrícula: -----

Los puntos del examen son 11. Contestar las preguntas que desee para acumular al menos 10 puntos.

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

- Comprender los principios básicos de la lógica de predicados.
- Describir los conceptos y técnicas elementales de la matemática discreta.
- Aplicar la inducción matemática a la solución de problemas combinatorios.
- Relacionar y combinar conceptos y técnicas de la matemática discreta para la resolución de problemas y el diseño de algoritmos.

Responda en forma resumida, que su respuesta refleje los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad la explicación o el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre "[", "]".

1. Traducir a la notación de lógica simbólica.

- (a) [0.25] Sócrates es humano.
- (b) [0.25] Por favor, estudia para ser el mejor en tu carrera.
- (c) [0.5] $\sqrt{2}$ no es un número entero.
- (d) [1.0] Si p es un enunciado entonces tiene símbolos y operadores matemáticos o operadores lógicos.

2. Evaluar con falso o verdadero los siguientes enunciados (de conjuntos o lógicos).

- (a) [0.25] Sean A y B dos conjuntos, $A^c \cap B^c = A^c \cup B^c$.
- (b) [0.25] $\neg p \wedge 1 \equiv p \vee 0$.
- (c) [0.5] Sean A y B dos conjuntos, si $A \subset B$ entonces $a \in A \Rightarrow a \notin B$.
- (d) [0.5] El conjunto de los números naturales tiene una correspondencia con los elementos del conjunto conocido como el universo de Von Newman.

3. Sea el conjunto $\Gamma = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{impar}(x) \vee \text{par}(x)\}$ donde \mathbb{R} es el conjunto de los números reales.

- (a) [0.5] Explicar porqué axioma el conjunto Γ está bien definido.
- (b) [0.5] Determinar o calcular los elementos del conjunto Γ .

4. Una cadena de tiendas tiene un gran total de 72 elementos entre sus cuatro tiendas ($|\cup_{i=1}^4 T_i| = 72$). Vea la siguiente figura:

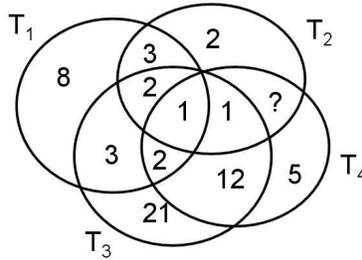


Diagrama de Ven Euler con los datos de la pregunta 4

- (a) [1.0] Explicar si con $|\cup_{i=1}^4 T_i| = 72$ y la fórmula del principio de inclusión y exclusión se garantiza que el número de elementos del área marcada con "?" es único.
- (b) [1.0] Calcular $|T_2|$, $|T_4|$ y $|T_2 \cup T_4|$.
- (c) [0.5] Calcular $|T_1 \cap T_2 \cap T_3|$.
- (d) [0.5] Explicar si el área marcada con una "?" corresponde con el conjunto $(T_2 \cap T_4) \setminus T_3$.
5. Sea φ el conjunto vacío y $A = \{a, \{a\}, C, A\}$. Evaluar con falso o verdadero los siguientes enunciados:
- (a) [0.5] $\varphi \subset A$.
- (b) [0.5] $\{a\} \subset A$.
- (c) [0.5] $c \in A$
- (d) [0.5] $(A \in A) \wedge (A \subset A)$.
6. [1.5] Se tienen dos algoritmos A y B, que realizan $6n + 2$ y 2^n operaciones respectivamente. Explicar y demostrar por el Principio de Inducción Matemática que se puede generalizar que A realiza menos operaciones que B a partir de un cierto valor n (número natural).
7. [1.0] Demostrar por el Principio de Inducción Matemática el siguiente enunciado
- $$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$