Reporte 3. Conjunto de problemas de la página 277.

Adrián López Yáñez

Ana Lilia Juárez Ángel

Sean:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -4.5 \\ 0.8 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

Encuentre las siguientes expresiones o indique las razones de por qué están indefinidas.

1.- **C + D, D + C, 6(D - C), 6C – 6D**

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 11 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 11 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$6 \cdot \left(\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 36 & -6 \\ -36 & 18 \\ -54 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - 6 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -36 & 6 \\ 36 & -18 \\ 54 & 0 \end{pmatrix}$$

2.- **4C, 2D, 4C + 2D, 8C – 0D**

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 8 & 16 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ -8 & 14 \\ -16 & 6 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 0 & 30 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$$

$$8 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - 0 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 16 \\ 16 & 32 \\ 8 & 24 \end{pmatrix}$$

3.- **A + C – D, C – D, D – C, B + 2C + 4D**

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma .

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 6 & -3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -6 & 3 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

4.- **2(A + B), 2A +2B, 5A – B/2, A + B + C**

$$2 \cdot \left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 6 & -10 & 2 \\ -12 & 8 & 12 \\ 6 & 18 & -8 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -10 & 2 \\ -12 & 8 & 12 \\ 6 & 18 & -8 \end{pmatrix}$$

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & \frac{5}{2} & \frac{43}{2} \\ -\frac{5}{2} & 9 & 8 \\ \frac{63}{2} & 23 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

5.- **3C – 8D, 4(3A), (4▪3)A, B – A/10**

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 & -2 \\ 38 & -44 \\ 67 & -15 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot \left(3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 48 \\ -12 & 24 & 24 \\ 72 & 60 & -48 \end{pmatrix}$$

$$(4 \cdot 3) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 48 \\ -12 & 24 & 24 \\ 72 & 60 & -48 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{10} & -5 & -\frac{34}{10} \\ -\frac{49}{10} & \frac{18}{10} & \frac{38}{10} \\ -\frac{36}{10} & \frac{35}{10} & \frac{4}{10} \end{pmatrix}$$

6.- **5A – 3C, A – B + D, 4(B – 6A), 4B – 24A**

$$5\cdot\begin{pmatrix}3&0&4\\-1&2&2\\6&5&-4\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}0&2\\2&4\\1&3\end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

$$\begin{pmatrix}3&0&4\\-1&2&2\\6&5&-4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-5&-3\\-5&2&4\\-3&4&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&1\\-4&7\\-8&3\end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

$$4\cdot\left(\begin{pmatrix}0&-5&-3\\-5&2&4\\-3&4&0\end{pmatrix}-6\cdot\begin{pmatrix}3&0&4\\-1&2&2\\6&5&-4\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}-72&-20&-108\\4&-40&-32\\-156&-104&96\end{pmatrix}$$

$$4\cdot\begin{pmatrix}0&-5&-3\\-5&2&4\\-3&4&0\end{pmatrix}-24\cdot\begin{pmatrix}3&0&4\\-1&2&2\\6&5&-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-72&-20&-108\\4&-40&-32\\-156&-104&96\end{pmatrix}$$

7.- **33u, 4v + 9u, 4(v + 2.25u), u – v**

$$33\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}66\\0\\-33\end{pmatrix}$$

$$4\cdot\begin{pmatrix}-4.5\\0.8\\1.2\end{pmatrix}+9\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.\\3.2\\-4.2\end{pmatrix}$$

$$4\cdot\left(\begin{pmatrix}-4.5\\0.8\\1.2\end{pmatrix}+2.25\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}0.\\3.2\\-4.2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-4.5\\0.8\\1.2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6.5\\-0.8\\-2.2\end{pmatrix}$$

8.- **A + u, 12u + 10v, 0(B – v), 0B + u**

$$\begin{pmatrix}3&0&4\\-1&2&2\\6&5&-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

$$12\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}+10\cdot\begin{pmatrix}-4.5\\0.8\\1.2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-21.\\8.\\0.\end{pmatrix}$$

$$0\cdot\left(\begin{pmatrix}0&-5&-3\\-5&2&4\\-3&4&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-4.5\\0.8\\1.2\end{pmatrix}\right)$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

$$0\cdot\begin{pmatrix}0&-5&-3\\-5&2&4\\-3&4&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$$

Esta suma esta indefinida ya que son matrices de tamaño distinto, por lo tanto, no se puede realizar la suma.

9.- (Sistema lineal) Escriba un sistema lineal (como en el ejemplo 1) cuya matriz aumentada sea la matriz B de este conjunto de problemas.

$$B=\begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{aligned} -5x_2 &= -3 \\ -5x_1+2x_2 &= 4 \\ -3x_1+4x_2 &= 0 \end{aligned}$$

10.- (Multiplicación por un escalar) La matriz A del ejemplo 2 muestra el número de artículos vendidos. Encuentre la matriz que muestra el número de unidades vendidas si una unidad consta de: (a) 5 artículos, (b) 10 artículos.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} \mathbf{L} & \mathbf{Ma} & \mathbf{Mi} & \mathbf{J} & \mathbf{V} & \mathbf{S} \end{array} \\ \mathbf{A} = & \begin{pmatrix} 400 & 330 & 810 & 0 & 210 & 470 \\ 0 & 120 & 780 & 500 & 500 & 960 \\ 100 & 0 & 0 & 270 & 430 & 780 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mathbf{I} \\ \mathbf{II} \\ \mathbf{III} \end{array} \end{array}$$

a) Si una unidad consta de 5 artículos, por una regla de tres se obtiene:
5 → 1
A → x

$$x=\frac{1}{5}A$$

$$\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix} 400 & 330 & 810 & 0 & 210 & 470 \\ 0 & 120 & 780 & 500 & 500 & 960 \\ 100 & 0 & 0 & 270 & 430 & 780 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 & 66 & 162 & 0 & 42 & 94 \\ 0 & 24 & 156 & 100 & 100 & 192 \\ 20 & 0 & 0 & 54 & 86 & 156 \end{pmatrix}$$

b) Si una unidad consta de 10 artículos, por una regla de tres se obtiene:
10 → 1
A → x

$$x=\frac{1}{10}A$$

$$\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix} 400 & 330 & 810 & 0 & 210 & 470 \\ 0 & 120 & 780 & 500 & 500 & 960 \\ 100 & 0 & 0 & 270 & 430 & 780 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 33 & 81 & 0 & 21 & 47 \\ 0 & 12 & 78 & 50 & 50 & 96 \\ 10 & 0 & 0 & 27 & 43 & 78 \end{pmatrix}$$

11.- (Notación de doble subíndice) Escriba los elementos de A en el ejemplo 2, en la notación general que se muestra en (2).

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{31} & \cdots & a_{36} \end{bmatrix} = [a_{jk}]_{3x6}$$

12.- (Tamaño, diagonal) a) ¿cuál es el tamaño de A, B, C, D, u, v en este conjunto de problemas? b) ¿Cuáles son las diagonales principales de A y B?   c) ¿Qué ocurre con C?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 7 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -4.5 \\ 0.8 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

a)

A es una matriz 3X3
B es una matriz 3X3
C es una matriz 3X2
D es una matriz 3X2
u es un vector columna 3X1
v es un vector columna 3X1
b)

$$\textbf{diagonal de } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & \square & \square \\ \square & 2 & \square \\ \square & \square & -4 \end{pmatrix}$$

$$\textbf{diagonal de } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & \square & \square \\ \square & 2 & \square \\ \square & \square & 0 \end{pmatrix}$$

c) La matriz C no es una matriz cuadrada pero su diagonal principal es:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & \square \\ \square & 4 \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

13.- Explique por qué las cinco matrices del ejemplo 3 son diferentes.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Para las primeras tres matrices, las cuales son de tamaño 2x2, no son iguales porque sus elementos correspondientes no son iguales.

Para las últimas 2 matrices 2x3, son diferentes, porque sus elementos correspondientes son diferentes.

Finalmente las matrices 2x2 y 2x3 son diferentes, porque no son del mismo tamaño y de igual manera sus elementos correspondientes no son iguales.

14.- (Adición de vectores) diga si es posible sumar: (a) vectores renglón cuyo número de componentes es diferente, (b) un vector renglón y un vector columna con el mismo número de componentes, (c) un vector y un escalar.

(a)

No es posible sumar estos vectores ya que no son del mismo tamaño y es un requisito indispensable para poder sumar los elementos correspondientes de las matrices.

(b)

En este caso tampoco es posible sumarlos ya que tampoco cumplen la condición de que sean del mismo tamaño. Se podrían sumar si se toma la transpuesta de cualquiera de ellos (vectores).

(c)

Tampoco se puede sumar un escalar a un vector por la misma razón de los incisos anteriores donde no se cumple la igualdad de tamaños.

15.- (Reglas generales) demuestre (3) y (4) para matrices generales de 3X2 y escalares c y k.

(3)

(a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{C}$

(b) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

(c) $\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}$

(d) $\mathbf{A} + (-\mathbf{A}) = \mathbf{0}$

(4)

$$c(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\mathbf{A} + c\mathbf{B}$$
$$(c + k)\mathbf{A} = c\mathbf{A} + k\mathbf{A}$$
$$c(k\mathbf{A}) = (ck)\mathbf{A}$$
$$1\mathbf{A} = \mathbf{A}$$

(3)

a) Para matrices generales 3x2, **A** + **B** = **B** + **A** se demuestra por las sumas termino a termino

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\\ b_{31} & b_{32}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\begin{bmatrix}a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12}\\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22}\\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B}+\mathbf{A}=\begin{bmatrix}b_{11}+a_{11} & b_{12}+a_{12}\\ b_{21}+a_{21} & b_{22}+a_{22}\\ b_{31}+a_{31} & b_{32}+a_{32}\end{bmatrix}$$

Como la suma es conmutativa, se comprueba que **A** + **B** = **B** + **A**

b) Para matrices generales 3x2, (**A** + **B**) + **C** = **A** + (**B** + **C**) se demuestra por las sumas de elementos correspondientes.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\\ b_{31} & b_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\\ c_{31} & c_{32}\end{bmatrix}$$

Primero realizamos $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ y luego sumamos **C**.

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\begin{bmatrix}a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12}\\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22}\\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad (\mathbf{A}\ +\ \mathbf{B})+\ \mathbf{C}=\begin{bmatrix}(a_{11}+b_{11})+c_{11} & (a_{12}+b_{12})+c_{12}\\ (a_{21}+b_{21})+c_{21} & (a_{22}+b_{22})+c_{22}\\ (a_{31}+b_{31})+c_{31} & (a_{32}+b_{32})+c_{32}\end{bmatrix}$$

Ahora sumamos primero $\mathbf{B}+\mathbf{C}$ y a la matriz **A** le sumamos **B** + **C**.

$$\mathbf{B}+\ \mathbf{C}=\begin{bmatrix}b_{11}+c_{11} & b_{12}+c_{12}\\ b_{21}+c_{21} & b_{22}+c_{22}\\ b_{31}+c_{31} & b_{32}+c_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})=\begin{bmatrix}a_{11}+(b_{11}+c_{11}) & a_{12}+(b_{12}+c_{12})\\ a_{21}+(b_{21}+c_{21}) & a_{22}+(b_{22}+c_{22})\\ a_{31}+(b_{31}+c_{31}) & a_{32}+(b_{32}+c_{32})\end{bmatrix}$$

De esta manera se comprueba que (**A** + **B**) + **C** = **A** + (**B** + **C**) ya que la suma es asociativa.

c) Para matrices generales 3x2, **A** + **0** = **A** se demuestra por la suma de elementos correspondientes con la matriz cero.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{0}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{0}=\begin{bmatrix}a_{11}+0 & a_{12}+0\\ a_{21}+0 & a_{22}+0\\ a_{31}+0 & a_{32}+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix}=\mathbf{A}$$

d) Para matrices generales 3x2, **A** + (- **A**) = **0** se demuestra por la suma de **A** y su negativo **-A**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \; ; \; (-1)\mathbf{A} = -\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & -a_{22} \\ -a_{31} & -a_{32} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} + (-\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} a_{11}+(-a_{11}) & a_{12}+(-a_{12}) \\ a_{21}+(-a_{21}) & a_{22}+(-a_{22}) \\ a_{31}+(-a_{31}) & a_{32}+(-a_{32}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}-a_{11} & a_{12}-a_{12} \\ a_{21}-a_{21} & a_{22}-a_{22} \\ a_{31}-a_{31} & a_{32}-a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

(4)

a) Para matrices generales 3x2, *c*(**A** + **B**) = *c***A** + *c***B** se demuestra que para la multiplicación por un escalar *c:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}$$

$$c(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(a_{11}+b_{11}) & c(a_{12}+b_{12}) \\ c(a_{21}+b_{21}) & c(a_{22}+b_{22}) \\ c(a_{31}+b_{31}) & c(a_{32}+b_{32}) \end{bmatrix}$$

$$c\mathbf{A} + c\mathbf{B} = \begin{bmatrix} ca_{11}+cb_{11} & ca_{12}+cb_{12} \\ ca_{21}+cb_{21} & ca_{22}+cb_{22} \\ ca_{31}+cb_{31} & ca_{32}+cb_{32} \end{bmatrix}$$

De esta manera se comprueba que *c*(**A** + **B**) = *c***A** + *c***B.**

c) Para matrices generales 3x2, (*c* + *k*) **A** = *c***A** + *k***A** se demuestra que para la multiplicación por un escalar *c* y *k:*

$$(c + k)\mathbf{A} = (c + k)\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c + k)a_{11} & (c + k)a_{12} \\ (c + k)a_{21} & (c + k)a_{22} \\ (c + k)a_{31} & (c + k)a_{32} \end{bmatrix}$$

$$c\mathbf{A} + k\mathbf{A} = \begin{bmatrix} ca_{11}+ka_{11} & ca_{12}+ka_{12} \\ ca_{21}+ka_{21} & ca_{22}+ka_{22} \\ ca_{31}+ka_{31} & ca_{32}+ka_{32} \end{bmatrix}$$

De esta manera se comprueba que (*c* + *k*) **A** = *c***A** + *k***A**.

d) Para matrices generales 3x2, *c*(*k* **A**) = (*ck)***A** se demuestra que para la multiplicación por un escalar *c* y *k:*

Primero realizamos la multiplicación de un escalar *k* por una matriz **A.**

$$k\mathbf{A} = k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{bmatrix}$$

Ahora multiplicamos un escalar *c* por la matriz $k\mathbf{A}$**.**

$$c(k\mathbf{A}) = c\left(k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}\right) = c\left(\begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{bmatrix}\right) = c\begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cka_{11} & cka_{12} \\ cka_{21} & cka_{22} \\ cka_{31} & cka_{32} \end{bmatrix}$$

$$(ck)\mathbf{A} = (ck)\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ck)a_{11} & (ck)a_{12} \\ (ck)a_{21} & (ck)a_{22} \\ (ck)a_{31} & (ck)a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cka_{11} & cka_{12} \\ cka_{21} & cka_{22} \\ cka_{31} & cka_{32} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto $c(k\mathbf{A}) = (ck)\mathbf{A}$

e) Para matrices generales 3x2, 1**A** = **A** se demuestra que para la multiplicación por un escalar *c,* donde *c =1:*

$$c\boldsymbol{A} = 1\mathbf{A} = 1\begin{bmatrix} 1a_{11} & 1a_{12} \\ 1a_{21} & 1a_{22} \\ 1a_{31} & 1a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \mathbf{A}$$

Ya que uno (1) es el neutro multiplicativo.