UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

3er examen parcial: 112024 Teoría Matemática De La Computación

Profesor Carlos Barrón Romero   9 de julio de 2013   Trimestre 13P

Nombre:______________________________ Matrícula:__________

El valor del examen es 10 para obtener 10.

Instrucciones: Para todas las preguntas explique objetiva y detalladamente sus respuestas y ejemplos.

Como estudiantes de la Ing. en Computación le transcribo los objetivos generales de la UEA:

"Al finalizar la UEA el alumno deberá ser capaz de:

Explicar, interpretar e ilustrar los conceptos formales que sustentan el modelo teórico y conceptual de las computadoras."

Por lo que sus respuestas deben ser formales en la correspondiente notación de Teoría Matemática de la Computación.

1. El objetivo del curso es ·"Explicar, interpretar e ilustrar los conceptos formales que sustentan el modelo teórico y conceptual de las computadoras.". Desarrollar con sus palabras un resumen de la equivalencia entre la simulación de una MT y una computadora. Con base en lo expuesto en clase y en las secciones 8.6.1 "Simulación de una máquina de Turing mediante una computadora" y 8.6.2 "Simulación de una computadora mediante una máquina de Turing" del libro Introducción a la Teoría de autómatas, lenguajes y computación, Hopcroft, Motwani, Ullman.

2. Dado un plano de dimensiones infinitas, dividido en celdas como una cuadrícula. Se definen dos tipos de conjuntos de movimientos $M_4 = \{2, 8, 4, 6, 5\}$ y $M_8 = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 5\}$ donde 5 es paro y los otros dígitos significan la dirección del movimiento respecto al centro de la tabla:

1 $\nwarrow$	2 $\uparrow$	3 $\nearrow$
4 $\longleftarrow$	5	6 $\rightarrow$
7 $\swarrow$	8 $\downarrow$	9 $\searrow$

Se definen dos tipos de Máquina de Turing sobre la cuadrícula infinita, que llamaremos Robots de Turing (RT), con los esquemas formales $\text{RT}_4 = (Q, q_0, \Sigma, \delta_4)$ y $\text{RT}_8 = (Q, q_0, \Sigma, \delta_8)$ donde $\delta_4 : Q \times \Sigma \to Q \times \Sigma \times M_4$ y $.\delta_8 : Q \times \Sigma \to Q \times \Sigma \times M_8$ y Q, q_0, Σ son como en una MT.

   (a) Suponga además que existe un carácter especial $\blacksquare$ que se puede ubicar en cualquier cuadro del plano y que tiene la propiedad especial de que los RT no pueden ocupar la casilla o cuadro con $\blacksquare$. Explicar o demostrar si los RT_4 y los RT_8 son o no equivalentes, en el sentido de ser capaces de resolver los mismos problemas o lenguajes.

   (b) Sin el carácter especial $\blacksquare$. Explicar o demostrar si los RT_4 o los RT_8 son o no equivalentes a una MT.

   (c) Con el carácter especial $\blacksquare$. Se pueden construir laberintos finitos (una región cerrada limitada por $\blacksquare$ pero con la propiedad de que cualquier cuadro dentro de la región tiene al menos otro cuadro vecino al lado o en diagonal). Explicar o demostrar si los RT_8 pueden o no recorrer todo un laberinto finito. Construir un ejemplo.

   (d) Con el carácter especial $\blacksquare$. Explicar o demostrar si los RT_4 pueden o no recorrer todo un laberinto finito como los formulados en el inciso anterior. Construir un ejemplo.

3. Dada la fórmula:

$$p\left(x+1,t+1\right)=\begin{cases} K_0 p\left(x,t\right)+K_1 p\left(x-1,t\right)+K_2 p\left(x-2,t\right) & x>t\geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso.}\end{cases}$$

donde K_0, K_1 y K_2 son constantes y $x, t \in \mathbb{Z}$.

(a) Explicar, ¿porqué $p\left(x,t\right)$ es una función recursiva? Que datos adicionales hay que definir.

(b) Explicar, ¿porqué $p\left(x,t\right)$ es una función computable?

(c) Suponiendo que tiene MTs para realizar el calculo de sumas, de productos, de 1, de K_0, de K_1, de K_2 describir como funciona una MT para calcular $p\left(x,t\right)$.

(d) Para $K_0 = 1, K_1 = 2$ y $K_2 = 3$, $p\left(0,0\right) = 1$, $p\left(-1,0\right) = 1$, $p\left(-2,0\right) = 1$. Calcular y dar los detalles del calculo de $p(0,1)$, $p\left(2,1\right)$ y $p\left(3,2\right)$.

4. Con MTs simples, como las vistas en clase o descritas en el libro de texto, explicar si es computable, el problema de determinar si dado número positivo, este es número primo. Un número natural positivo es primo si y solo si es divisible por la unidad y el mismo.

5. Escribir un ejemplo de un problema no computable.

6. Escribir un ejemplo de un problema no decidible distinto de la indecibilidad de la computabilidad por una MT.

7. Explicar con sus palabras de forma breve la jerarquía de los lenguajes desde los autómatas determinísticos finitos a las MT y su relación con la gramáticas de acuerdo con la clasificación de las Gramáticas de Chomsky (lectura en la página del curso).

8. Explicar en que consiste programar una MT.

9. Explicar como se asocia o se numeran todas las MTs y como se usa la técnica de la diagonal de Cantor para demostrar que hay lenguajes computables que no corresponden con alguna MT.

10. En el libro de Gödel, Escher, Bach, Una Eterna Trenza Dorada de Douglas R. Hofstadter, dos personajes ficticios, Aquiles y la Tortuga, mantienen una discusión acerca de un sistema de reproducción de música de la más alta fidelidad. Aquiles sostiene que mejorando su equipo en algún momento, sera imposible que se autodestruya al reproducir un disco que le entrega doña Tortuga. El disco contiene el mensaje "destruyete". Explicar si es posible o no, mediante una MT construir el sistema de reproducción de música de la mas alta fidelidad posible con la tecnología actual y del futuro (Reproductor Digital de Turing) que no se destruya al reproducir el disco en cuestión. Y finalmente, como colofón, explicar porqué se puede considerar que el Reproductor Digital de Turing es de chafa fidelidad si no se autodestruye al reproducir el disco de doña Tortuga.

Explicar, libremente, sus problemas de aprendizaje y de formación profesional si por alguna razón considera que el curso no cumplió con los objetivos de la UEA y de su carrera. Por otro lado, escribir sus sugerencias para resolver esto.