2.2.6 Ejercicios de la Sección 2.2

Ejercicio 2.2.1. La Figura 2.8 muestra un juego de canicas. En A o B se deja caer una canica. Las palancas x_1, x_2 y x_3 hacen que la canica caiga hacia la izquierda o hacia la derecha. Cuando una canica se encuentra con una palanca, hace que ésta cambie de posición después de haber pasado la canica, por lo que la siguiente canica caerá por el lado opuesto.

* a) Modele este juego mediante un autómata finito. Haga que A y B sean las entradas que representan la entrada en la que cae la canica. Haga que la aceptación se corresponda con la canica que sale por D y la no aceptación con una canica que sale por C.

! b) Describa informalmente el lenguaje del autómata.

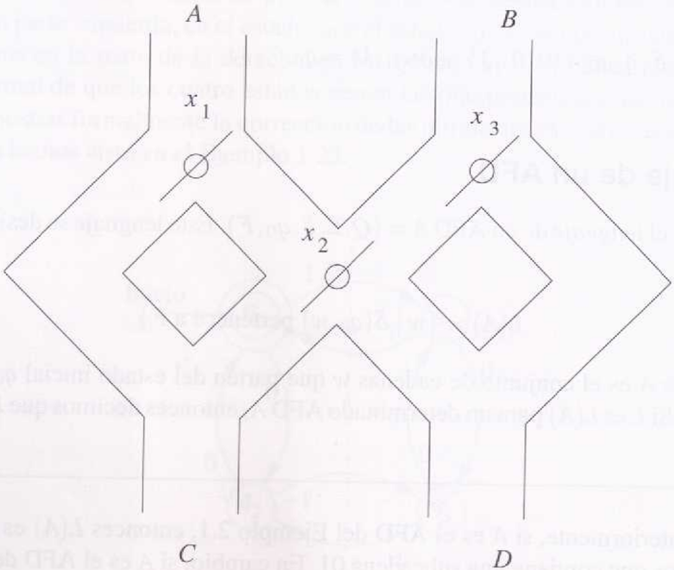

Figura 2.8. Juego de canicas.

c) Suponga que las palancas cambian de posición *antes* de que la canica pase. ¿Cómo cambiarán las respuestas a los apartados (a) y (b)?

*! **Ejercicio 2.2.2.** Hemos definido $\widehat{\delta}$ dividiendo la cadena de entrada en cualquier entrada seguida por un mismo símbolo (en la parte inductiva, Ecuación 2.1). Sin embargo, informalmente interpretamos $\widehat{\delta}$ como la descripción de lo que ocurre a lo largo de un camino con una determinada cadena de etiquetas, por lo que no debe importar cómo se divide la cadena de entrada en la definición de $\widehat{\delta}(q,xy) = \widehat{\delta}(\widehat{\delta}(q,x),y)$ para todo estado q y cualesquiera cadenas x e y. *Consejo*: haga inducción sobre $|y|$.

! **Ejercicio 2.2.3.** Demuestre que para cualquier estado q, cadena x y símbolo de entrada a, $\widehat{\delta}(q,ax) = \widehat{\delta}(\delta(q,a),x)$. *Consejo*: utilice el Ejercicio 2.2.2.

Ejercicio 2.2.4. Describa los AFD que aceptan los siguientes lenguajes con el alfabeto $\{0,1\}$:

* a) El conjunto de todas las cadenas que terminan en 00.

b) El conjunto de todas las cadenas con tres ceros consecutivos (no necesariamente al final).

c) El conjunto de cadenas que contengan la subcadena 011.

! **Ejercicio 2.2.5.** Describa los AFD que aceptan los siguientes lenguajes con el alfabeto $\{0,1\}$:

a) El conjunto de todas las cadenas tales que cada bloque de cinco símbolos consecutivos contenga al menos dos ceros.

b) El conjunto de todas las cadenas cuyo símbolo en la décima posición respecto del extremo derecho sea un 1.

c) El conjunto de cadenas que empiecen o terminen (o ambas cosas) con 01.

d) El conjunto de las cadenas tales que el número de ceros es divisible por cinco y el número de unos es divisible por 3.

!! **Ejercicio 2.2.6.** Describa los AFD que aceptan los siguientes lenguajes con el alfabeto $\{0,1\}$:

a) El conjunto de todas las cadenas que comienzan con un 1 que, cuando se interpretan como la representación binaria de un entero, sean un múltiplo de 5. Por ejemplo, las cadenas 101, 1010 y 1111 pertenecen al lenguaje; 0, 100 y 111 no pertenecen.

b) El conjunto de todas las cadenas que, cuando se interpretan como la representación binaria de un entero *en orden inverso*, sean divisibles por 5. Ejemplos de cadenas que pertenecen al lenguaje son 0, 10011, 1001100 y 0101.

Ejercicio 2.2.7. Sea A un AFD y q un estado concreto de A, tal que $\delta(q,a) = q$ para todos los símbolos a de entrada. Demuestre por inducción sobre la longitud de la entrada que para todas las cadenas de entrada w, se cumple que $\widehat{\delta}(q,w) = q$.

Ejercicio 2.2.8. Sea A un AFD y a un símbolo de entrada particular de A, tal que para todos los estados q de A tenemos que $\delta(q,a) = q$.

a) Demuestre por inducción sobre n que para todo $n \geq 0$, $\widehat{\delta}(q,a^n) = q$, donde a^n es la cadena formada por n símbolos a.