

Ejercicios similares a los de la Guía del SAI de Introducción al Cálculo.  
 Profesor: Carlos Barrón Romero

Calcular e identificar si el resultado es un número racional o un número irracional:

1.

$$\frac{11}{5} - \frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{-2}{5}\right) \frac{2}{5}}{\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{8}\right) / \frac{3}{5}}$$

$$: -\frac{117}{125}$$

RESPUESTA.

$$\frac{11}{5} - \frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{-2}{5}\right) \frac{2}{5}}{\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{8}\right) / \frac{3}{5}} = \frac{11}{5} - \frac{\left(\frac{10}{10} + \frac{-4}{25}\right)}{\left(\frac{16-7}{56}\right) / \frac{3}{5}} = \frac{11}{5} - \frac{\frac{250-40}{250}}{\left(\frac{9}{56}\right) / \frac{3}{5}} = \frac{11}{5} - \frac{\frac{210}{168}}{\frac{45}{168}} =$$

$$\frac{11}{5} - \frac{\frac{21}{12}}{\frac{15}{168}} = \frac{11}{5} - \frac{(21)(168)}{(25)(45)} = \frac{11}{5} - \frac{(7)(168)}{(25)(15)} = \frac{(55)(15) - (7)(168)}{(25)(15)} = \frac{825-1176}{375} = -\frac{351}{375} = -\frac{117}{125}, \text{ es racional.}$$

2.

$$\frac{\sqrt{8}}{6\sqrt{5}} - \frac{2}{3\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

RESPUESTA.

$$\frac{\sqrt{8}}{6\sqrt{5}} - \frac{2}{3\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{8}\sqrt{5}}{30} - \frac{2\sqrt{10}}{30} + \frac{\sqrt{12}\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{40}-\sqrt{40}+10\sqrt{36}}{30} = \frac{10\sqrt{36}}{30} = \frac{10(6)}{30} = \frac{6}{3} = 2, \text{ es racional.}$$

3.

$$2.345\widehat{601}$$

RESPUESTA.

Sea

$$x = 2.345\widehat{601}, \text{ multiplicando por } 1,000.$$

$(1,000)x = 2,345.\widehat{601}$ . Como el periodo es de 3 decimales, se multiplica por 1,000.

$(1,000,000)x = 2,345,601.\widehat{601}$ . Se resta la anterior a esta miembro a miembro:

$$(1,000,000)x - (1,000)x = 2,345,601.\widehat{601} - 2,345.\widehat{601}.$$

$$2345601 - 2345 = 2343256$$

$999000x = 2343256$ . Por tanto,  $x = \frac{2343256}{999000} = \frac{292907(8)}{124875(8)} = \frac{292907}{124875}$ , es racional.

4.

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}$$

RESPUESTA.

$$\begin{aligned} \frac{2}{1+\sqrt{5}} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-2} &= \frac{2}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} + \frac{2^2}{(1+\sqrt{5})^2} = \frac{2(1+\sqrt{5})+4}{(1+\sqrt{5})^2} = \\ &= \frac{2+2\sqrt{5}+4}{1+2\sqrt{5}+5} = \\ \frac{2+2\sqrt{5}+4}{1+2\sqrt{5}+5} &= \frac{6+2\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}} = 1, \text{ es racional.} \end{aligned}$$

5.

$$0.123456789101112... =$$

RESPUESTA.

Si lo interpretamos como

$0.123456789101112... = 0.1234567891011121314151617181920212223...$  es irracional.

Si lo interpretamos como

$0.123456789101112... = 0.123456\widehat{789}101112$ , se tiene

$x = 0.123456\widehat{789}101112$ , multiplicando por  $10^{15}$  se tiene

$10^{15}x = 123456789101112.123456\widehat{789}101112$ . Restando la anterior, se tiene

$10^{15}x - x = 123456789101112$ . Por tanto

$x = 123456789101112/999999999999999 = \frac{41\ 152\ 263\ 033\ 704}{333\ 333\ 333\ 333\ 333}$ , es racional.

Simplifica

6.

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$$

RESPUESTA.

$$\frac{x^2-9}{x^2-2x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{(x+3)}{x+1}.$$

$$\frac{x^2 - x - 2}{3 + 2x - x^2}$$

RESPUESTA.

$$\frac{x^2-x-2}{3+2x-x^2} = \frac{(x+1)(x-2)}{(1+x)(3-x)} = \frac{x-2}{3-x}$$