Profesor: Carlos Barrón Romero.
Clase 2. Estructuras ordenadas: cadenas, lenguajes. Notación de conjuntos y tuplas.
Objetivo de la clase:

Repaso breve: definir las dos formas de notación de conjuntos: Por extensión o lista y por regla o proposición. Identidad de los objetos, valoración de la regla para determinar que objetos pertenecen a un conjunto. Conjunto vacío y operaciones de conjuntos.

Exponer las definiciones de cadenas, lenguajes. Notación de tuplas (como producto cruz). Su uso para representar los modelos de un sistema, ejemplo del modelo de un autómata finito determinístico como una tupla. Definir alfabeto, concatenación, cadenas y lenguajes como conjuntos de cadenas de símbolos de un alfabeto.

Conjuntos por extensión o lista de elementos: $A = \{a, b, d\}$.
Conjuntos por regla o proposición funcional: $A = \{x \in \Omega | P(x)\}$. Donde $\in$ es el símbolo de pertenencia y P es una proposición funcional y x es un elemento de Ω. Los elementos son aquellos para los cuales $P(x)$ es verdadera.
Conjunto vacío, es el que no tiene elementos ($\{\ \}$)se denota por φ.
Operaciones de conjuntos. dado un conjunto Ω. y dos conjuntos $A, B \subset \Omega$.
La unión de A y B, $A \cup B = \{x \in \Omega | x \in A \vee x \in B\}$ donde $\vee$ es el operador lógico "o".
La intersección de A y B, $A \cap B = \{x \in \Omega | x \in A \wedge x \in B\}$ donde $\wedge$ es el operador lógico "y".
La diferencia de A menos B, $A \setminus B = \{x \in \Omega | x \in A \wedge x \notin B\}$ donde $\notin$ es la no pertenencia, o sea la negación de $\in$.
El complemento de A, $A^c = \{x \in \Omega | x \notin A\}$.
Producto cruz. Dados dos conjuntos A y B,el producto cruz es el conjunto de las tuplas $\{(a, b) \mid a \in A,\ b \in B\}$.
Definición. Un alfabeto es un conjunto finito de símbolos. Σ denota un alfabeto.
Ejemplos:
Alfabeto binario $\Sigma_2 = \{0, 1\}$.
Alfabeto de las tres primeras letras del alfabeto del español $\Sigma_3 = \{a, b, c\}$.
Definición. Una cadena o palabra es una secuencia finita de símbolos de un alfabeto.
Ejemplos de palabras:
Σ_2) $0, 00, 01$.
Σ_3) $a, b, baca$.
Definición. Un lenguaje es un conjunto de cadenas o palabras de un alfabeto.
Σ_2) $L_1 = \{0, 00, 01\}, L_2 = \{\text{palabras de símbolos de } \Sigma_2 \text{ terminadas en } 1\}$.
Σ_3) $L_3 = \{a, b, baca\}$.
Definición. La concatenación es el pegar dos palabras o cadenas en el orden dado.
Definición. La longitud de una cadena es el número de símbolos de la palabra o cadena. Sea p una cadena, la longitud de de p se denota por $|p|$.
Definición. ε es el símbolo nulo que tiene la propiedad de que no cambia una palabra al concatenarse con él y su longitud es cero.$|\varepsilon| = 0$
Ejemplos:

1. Concatenación de 00 y 0101 es 0000101.
2. Concatenación de a y $\varepsilon aa\varepsilon$ es aaa.

Definición. La concatenación de un alfabeto, se denota por Σ^k donde $k \in \mathbb{N}$ y se tiene:
$\Sigma^0 = \{\varepsilon\}, \Sigma^1 = \{\text{palabras de símbolos de } \Sigma \text{ de longitud } 1\}, , \Sigma^2 = \{\text{palabras de símbolos de } \Sigma \text{ de longitud } 2\}$, $\Sigma^3 = \{\text{palabras de símbolos de } \Sigma \text{ de longitud } 3\}$, ..., $\Sigma^n = \{\text{palabras de símbolos de } \Sigma \text{ de longitud n}\}$.El conjunto Σ^* se llama cerradura de Kleene. $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \cup \ldots$(note que es la unión de todas las concatenaciones sobre un alfabeto).
Ejemplos.
El lenguaje de todas las posibles representaciones binarias: Σ_2^*.
El lenguaje de todas las posibles palabras de Σ_3 terminadas en a. $L_4 = \{p \in \Sigma_3^* |\ pa\}$.
Definición. Un modelo es un a tupla de elementos.
Por ejemplo el modelo de un autómata determinístico finito: ADF=$(Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ donde
Q : es un conjunto finito de elementos, denominados estados, $Q = \{q_i | i = 0, 1, 2, \ldots, n \text{ y } n \in \mathbb{N}\}$;

$q_0 \in Q$, es el estado inicial;
Σ : es un alfabeto;
δ : es una función de transición, $\delta : Q \times \Sigma \to Q$;
$F \subset Q$, conjunto de estados finales o de aceptación.