Lenguajes y Autómatas

Carlos Barrón Romero

Recordatorio

Notación:

- Conjuntos por extensión: Es una lista de elementos bien distinguidos entre llaves.
  Ejemplo.
  $$A = \{1, 2, a\}$$

- Conjunto por regla: Es un conjunto denotado por una regla o proposición lógica para elementos de un conjunto dado.
  Ejemplo.
  $$B = \left\{ s_1 s_2 \middle| s_1 s_2 \in \sum \right\}$$
  $\sum =$ Conjunto alfabeto o de símbolos
  Ejemplo de $\sum = \{0,1\}$. Encontrar B con este alfabeto.

$B = \{00, 01, 10, 11\}$

- Cardinalidad:
  $| \, |: P(\Omega) \to \mathbf{N}$ "o" $2^{\Omega} \to \mathbf{N}$
  2^{Ω} o $P =$ Conjunto potencia de Ω y consiste de todos los subconjuntos de Ω.

  Ejemplo: Sea $\Omega = \{0,1\}$
  $2^{\Omega} = \{ \emptyset, \quad \{0\}, \{1\}, \quad \{0,1\} \}$

$\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2} = \dfrac{2!}{(2-2)!\,2!} = 1$

$|\emptyset| = 0$
$|\{0\}| = 1$
$|2^{\Omega}| = 4$
$|\Omega| = 2$
$|2^{\Omega}| = 2^{|\Omega|}$ Válido para cualquier $|\Omega| < \infty$

- Concatenación: Se refiere a las cadenas de símbolos que se pegan en el orden que aparecen.
  Ejemplo.
  $0 \text{ y } 1 \to 01$
  $1 \text{ y } 0 \to 10$
  $01 \neq 10$ No es conmutativa

- Conjunto Vacío: $\emptyset = \{\}$

- Símbolo Nulo: ε

Propiedades del símbolo nulo:

$\varepsilon 00 = 00$

$\varepsilon 0 \varepsilon 0 \varepsilon = 00$

Aparece y desaparece en cualquier cadena

- Longitud de Cadena: Es el número de símbolos del alfabeto en la cadena. Se denota $| \ |$. Ejemplo.

  $|\varepsilon 01 \varepsilon| = 2 = |01|$

  $\varepsilon \notin \sum$

Conjuntos Regulares de $\sum$

Dado un $\sum$ (alfabeto) todos los subconjuntos de un símbolos de $\sum$ son conjuntos regulares (Se denotan por <u>bold</u> letra gorga).

$\sum = \{0,1\}$

$\mathbf{0} = \{0\}$ $\quad \mathbf{1} = \{1\}$

ø = Conjunto regular de cero elementos.

La concatenación de dos conjuntos regulares es el conjunto de todas las cadenas concatenadas.

$\mathbf{01} = \{01\}$ $\quad \mathbf{001} = \{001\}$ $\quad \mathbf{0}(\mathbf{0}) = \mathbf{00} = \mathbf{0}^2$ $\quad \mathbf{0}^0 = \varepsilon$

La unión de conjuntos regulares es un conjunto regular de la unión de los conjuntos regulares y se denota por +.

$\mathbf{0} + \mathbf{1} = \{0, 1\}$ $\quad \mathbf{0}(\mathbf{001} + \mathbf{0} + \mathbf{1})$

$0\ \{001, 0, 1\}$

$0001, 00, 01$

Cerradura de Kleene $*$

De un conjunto regular es la unión de todas las potencias de los símbolos del conjunto.

$\mathbf{0}^* = \mathbf{0}^0 + \mathbf{0}^1 + \mathbf{0}^2 + \mathbf{0}^3 + \dots$

Ejemplo: $\sum \square = \{0, 1\}$

$\sum^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 011, 100, 101, 110, 111, \dots\}$

$\sum^* = \mathbf{0} + \mathbf{1}$

Las expresiones de conjuntos regulares denotan tipos de palabras (por ejemplo, número natural) y son comúnmente usados en análisis léxico (Lex).

$\sum_3 \square = \{0, 1, 3\}$

$3^n d_n + 3^{n-1} d_{n\ \ 1} + \dots + 3^0 d_0 = d_n d_{n\ \ 1} \dots d_3$

Ejemplo:

$101_3 = 3^2 \cdot 1 + 3^1 \cdot 0 + 3^0 \cdot 1 = 9 + 0 + 1 = 10$

Todos los números naturales en la base 3 son:

$\sum^* {}^{\square}_{3} = \{\varepsilon, 0, 1, 2, 00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22, \dots\}$

Nota: El subíndice 3 no se incluye, pero se puede incluir.

$\sum = \mathbf{d}^0 + \mathbf{d}^1 + \mathbf{d}^2 + \mathbf{d}^3 + \mathbf{d}^4 + \dots$

$\mathbf{d} = \{0, 1, 2\}$

Solo los números naturales en base 3 de longitud 4 se representan con conjunto regular:

$\mathbf{d\ d\ d\ d} = \mathbf{d}^4$

Teorema de Klene

Toda expresión regular es reconocida por autómatas finitos recíprocamente, los autómatas finitos solo reconocen expresiones regulares.

Autómatas:

Lenguajes:

L= {cadenas}

Representación:

$\sum \square = \{a, b, c, \ldots, z, 0,1,3, \ldots, 9\}$

$\varepsilon =$ (Elemento nuto) {ε }

$\emptyset =$ { }

Nombre del Angulo

a = {a}

Conjunto en forma de lista de los elementos de la expresión regular.

Expresión Regular

Escribe todo lo necesario para definir la expresión regular de un tipo variable o identificador de variable que comienza en letra y continua con letras o dígitos.

$\sum \square =$ {a ,b, c, …z ,0, 1, …, 9}

L= **a** + **b** + **c** +…+ **z**

D = **o** + **ll** +…+ **a**

L= (**L**+**D**) (**L**+**D**)*

(**a** + **b** +…+ **z**) (**a** + **b** +…+ **z** + **o** + **ll** +…+ **9**) (**a** + **b** +…+ **z** + **o** +… **9**)*

V= **a** + **e** + **i** + **o** + **u**

LV LV LV LV LV LV LV LV LV LV

↓

$(27 \mid 5)^{10} = 32^{10}$

$\Sigma_2 = \{0,1\}$

(**o**+ **II**)* **o** pares

(**o**+ **II**)* **II** impares

V = $\{q_0 , q_1\}$

Vértices

Reconocedor de los números pares en binario

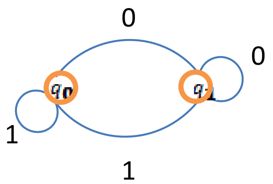

Diagrama de transición

0001

$q_0\, 0001 \rightarrow q_1\, 001 \rightarrow q_1\, 01 \rightarrow q_1\, 1\, q_0$

No es estado final se rechaza

0010

$q_0\, 0010 \rightarrow q_1\, 010 \rightarrow q_1\, 10 \rightarrow q_1\, 1\, q_0 0 \rightarrow q_1$

Si es estado final se acepta

Un Autómata Finito Deterministico:

$(\{q_0, q_1\}, q_0, f , \{q_1\}, \{0,1\})$

F como tabla

$|Q| < \infty$, conjunto de estados

$q_0 \in \mathbf{Q}$, estado inicial

$\mathbf{f}\!: \mathrm{Q} \times \boldsymbol{\Sigma} \to \mathbf{Q}$ función de transición

$\mathrm{F} < \mathbf{Q}$ conjunto de estados finales

$\boldsymbol{\Sigma}$ un alfabeto

Q × $\boldsymbol{\Sigma}$	Q
q_0 0	q_1
q_0 1	q_0
$q_1 0$	q_1
$q_1 1$	q_0