Primer examen parcial: 1138040 Métodos Matemáticos Avanzados en Ingeniería de Procesos
Profesor Carlos Barrón Romero 11 de junio de 2013
Trimestre 13P
Nombre:____
Matrícula:__________
NOTAS: Cada pregunta vale un punto.
El marco de sus respuestas es clara notación matemática y mostrar los objetivos de la UEA:
"Al final del curso el alumno será capaz de:
1. Describir conceptos y herramientas de matemáticas avanzadas para el análisis de procesos en ingeniería.
2. Aplicar herramientas matemáticas en el análisis de procesos en ingeniería."

1. Verificar cuando se tiene o se puede construir un espacio vectorial para los siguientes conjuntos: Mostrar que se cumplen las propiedades de espacio vectorial, indicar la dimensión y dar una base.

- **a**. $V = \left\{ \vec{0} \mid \vec{0} = (0,0,\ldots,0)^t \right\}$.
- **b**. $V = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & c \\ 0 & c & b \end{bmatrix} \mid a,b,c \in \mathbb{R} \right\}$.
- **c**. $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix}_2 \mid a,b \in \mathbb{R}, [\bullet]_i \text{tensor de 2 matrices } 2 \times 2 \right\}$.
- **d**. $V = \left\{ p(x) = a_0 + a_1 x \mid a_0, a_1, x \in \mathbb{R} \right\}$

2. Construya un espacio vectorial para

$$V_{[0,1]} = \left\{ p(x) = a_0 + a_1 \cos(\pi x) \mid a_0, a_1 \mathbb{R}, x \in [0,1] \right\}$$

defina un producto interno y explique porque tiene un espacio con producto interno y finalmente induzca una norma y construya y explique porque tiene un espacio normado.

3. Explique mediante la fórmula geométrica de vectores que valores de θ

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cos\theta$$

- **a**. **no** producen vectores que forman una base,
- **b**. producen vectores independientes que forman una base,
- **c**. producen vectores vectores ortogonales que forman una base.

4. Mediante ejemplos:

- **a**. Explique el principio de traslación para realizar una suma de vectores.
- **b**. Explique el producto punto de vectores de $\mathbb{R}^2$.
- **c**. Explique el producto cruz de vectores de $\mathbb{R}^3$.

5. Construya un ejemplo sencillo para un espacio normado a partir de los eigenvectores de una matriz 2×2. Escriba la matriz, el polinomio característico, los eigenvalores, los eigenvectores y claramente muestre cuales son el espacio lineal, el espacio con producto punto y el espacio normado obtenidos.
6. Explique la relación entre el gradiente de un campo escalar $\Phi(x,y,z)$ y la derivada de una función vectorial asociada a la trayectoria sobre una de sus curvas de nivel . Es decir $\vec{r}(t)$ recorre $\{(x,y,z)|\Phi(x,y,z) = c \text{ para } c \text{ fijo}\}$.
7. Escriba el teorema de Green en el plano y explique sus regiones, tipo de recorrido y geometría.
8. Escriba el teorema de Stokes y explique sus regiones, tipo de recorrido y geometría. Y relación con el teorema de Green. Es decir, para que sea valida la relación $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_R \left(\nabla \times \vec{F} \cdot \hat{k}\right) dxdy$, explique quienes son $C, R, \hat{k}, \vec{F}$ y $d\vec{r}$, y como se relacionan el teorema de Green y el teorema de Stokes.
9. Escriba el teorema de Divergencia de Gauss. y explique sus regiones, tipo de recorrido y geometría. Y relación con Stokes.
10. Explique al menos dos de las semejanzas o relaciones entre los teoremas de Green, Stokes y de Divergencia de Gauss.