

Tarea de Métodos Matemáticos en IP

Carlos Barrón Romero

Dado el Espacio de Hilbert de las funciones continuas en el intervalo $[0, \pi]$, donde $(f, g) = \int_0^\pi f(x)g(x)dx$. Encontrar y dar una interpretación del ángulo entre las funciones $f(x) = x$ y $\sin(x)$.

RESPUESTA.

$$f(x) = x$$

y

$$g(x) = \sin(x).$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{\int_0^\pi f(x)g(x)dx}{\sqrt{\int_0^\pi f(x)^2 dx} \sqrt{\int_0^\pi g(x)^2 dx}} \right) = \arccos \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} = 0.67661.$$

$$f(x) = \lambda x$$

y

$$g(x) = \sin(x).$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{\int_0^\pi f(x)g(x)dx}{\sqrt{\int_0^\pi f(x)^2 dx} \sqrt{\int_0^\pi g(x)^2 dx}} \right) = \arccos \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda^2}} = \arccos \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2}} = \arccos \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\lambda}{|\lambda|} = \arccos \frac{\sqrt{6}}{\pi} \text{sign}(\lambda)$$

Caso 1, $\lambda \geq 0$,

$$\arccos \frac{\sqrt{6}}{\pi} = 0.67661$$

Caso 2, $\lambda < 0$,

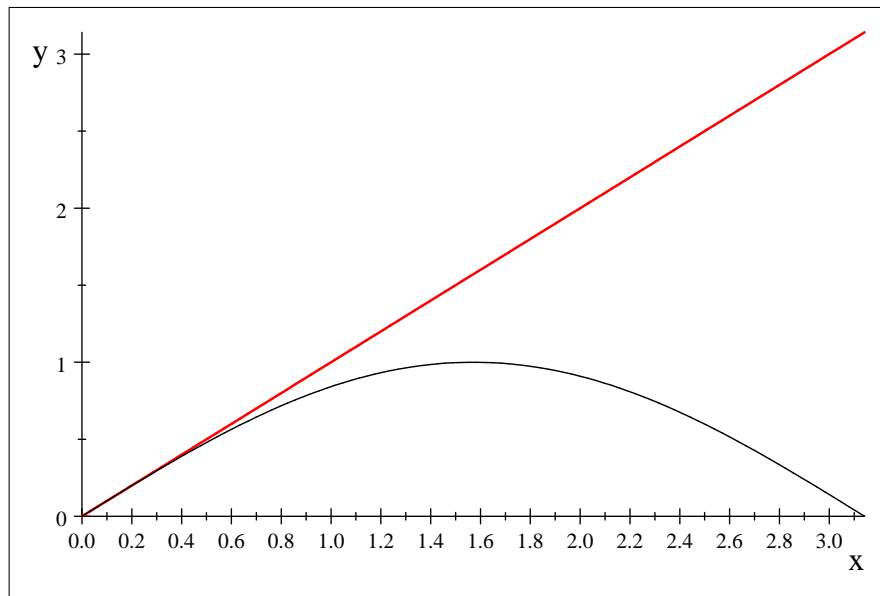
$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{6}}{\pi} = 2.4650$$

Conclusión. Se comporta como un vector que solo se multiplica por un escalar, es decir no cambia el ángulo con $\lambda \geq 0$, y se invierte, tal como se sucede con vectores clásicos, con $\lambda < 0$.

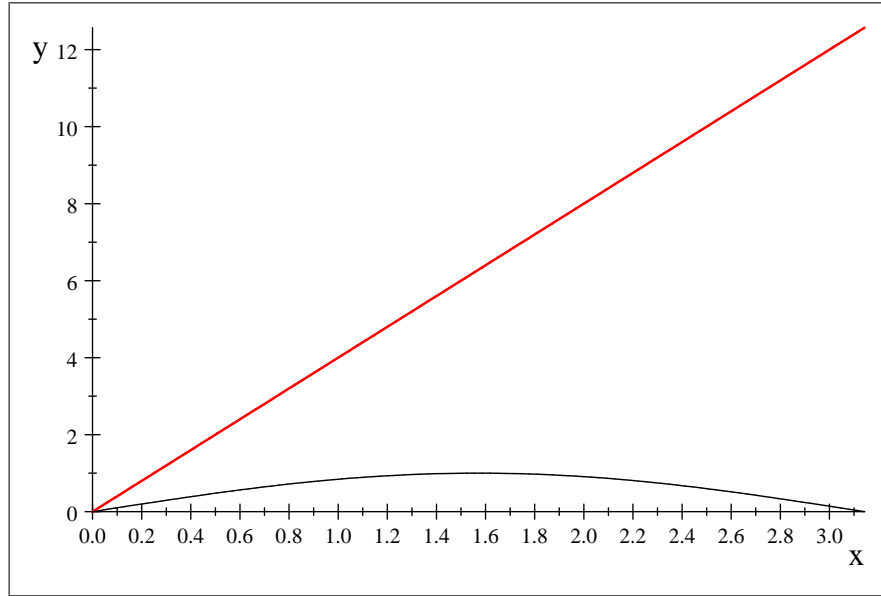
Comparación cambiando λ .

No cambia el concepto de vector. Aún cuando el comportamiento como función no es similar a la multiplicación por un escalar.

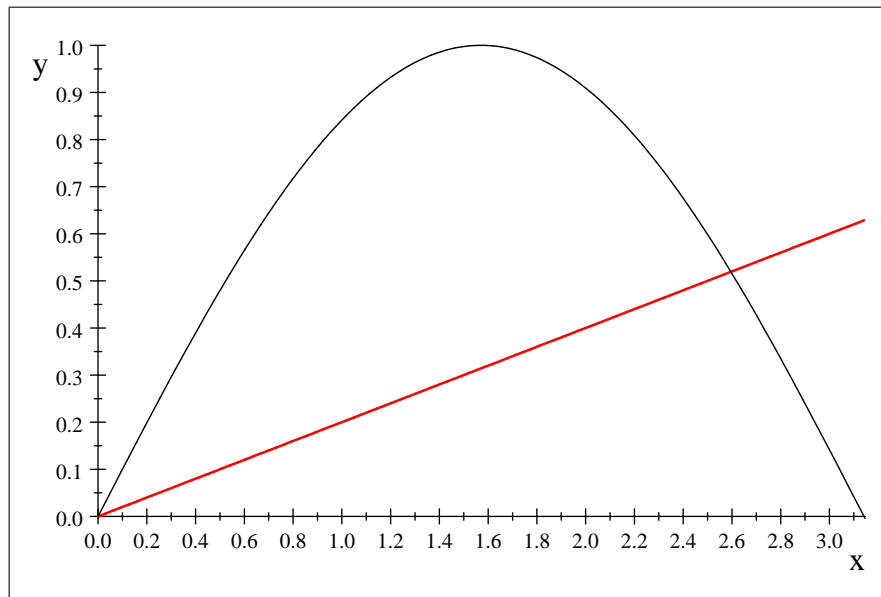
La siguiente gráfica muestra como varia $f(x) = \lambda x$, con $\lambda = 1$



Las siguientes gráficas muestran como varia $f(x) = \lambda x$, con $\lambda = 5$



La siguiente grafica muestra como varia $f(x) = \lambda x$, con $\lambda = 0.2$



La siguiente gráfica muestra como varia $f(x) = \lambda x$, con $\lambda = -3$

