

UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

## 2. Funciones Trascendentes

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas  
División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 1er. piso, 116

Tel. 53189014

Contacto: [cbarron@correo.azc.uam.mx](mailto:cbarron@correo.azc.uam.mx),

Página: <http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/>

©® CBR 1

# Recapitulación y Recordatorios

1. Sumas de Riemann y la integral como límite de Sumas de Riemann.
2. La integral definida (vimos Teorema del valor medio para integrales definidas)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}, a < b$   $f$  continua en  $[a, b]$

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

# Recapitulación y Recordatorios

## 3. El Teorema fundamental del cálculo

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}, a < b$   $f$  continua en  $[a, b]$

i.  $F(x) = \int_a^x f(y) dy$   $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua

$$F'(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(y) dy = f(x)$$

ii.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

# Recapitulación y Recordatorios

## 4. Integral Indefinida

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}, a < b$   $f$  continua en  $[a, b]$   
$$\int f(x) dx$$

## 5. Integración por cambio de variable

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}, a < b$   $f$  continua en  $[a, b]$

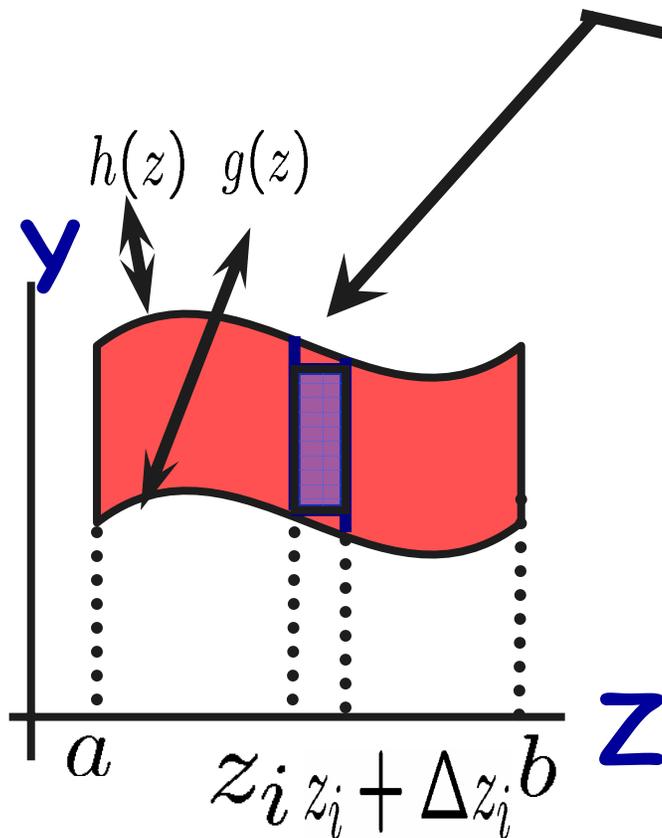
$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , continua y diferenciable

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

donde  $u = g(x)$

# Recapitulación y Recordatorios

## Cálculo de áreas



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (h(z_i) - g(z_i)) \Delta z_i =$$

$$\int_a^b (h(z) - g(z)) dz$$

# Recapitulación y Recordatorios

- En taller vimos e hicimos ejercicios de

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

2.2 Logaritmo natural (base  $e$ )

2.3 Exponencial natural (base  $e$ )

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases  $\neq e$ )

# Objetivos y actividades de la clase

- Comprender, aplicar y usar las funciones trascendentes para integración y derivabilidad

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

2.2 Logaritmo natural (base  $e$ )

2.3 Exponencial natural (base  $e$ )

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases  $\neq e$ )

2.5 La regla de L'Hôpital

2.6 Funciones trigonométricas inversas

## 2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

Una función tiene inversa si es inyectiva en su dominio

$$f : D \rightarrow R, f^{-1} : R \rightarrow D, R = f(D)$$

Una función es inyectiva, si imágenes distintas siempre corresponden a puntos distintos

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } x_1 \neq x_2$$

## Derivada de la función Inversa

$$\frac{d}{dx} f^{-1}(b) = \frac{1}{f'(f^{-1}(b))}$$

donde

$$f(a) = b$$

## 2.5 La regla de L'Hôpital

Supongamos que  $f(a) = g(a) = 0$ ,

que  $f$  y  $g$  derivables en un intervalo abierto de  $a$ ,  $g'(a) \neq 0$

Entonces

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

## 2.5 La regla de L'Hôpital

Razones de crecimiento de funciones  
cuando  $x \rightarrow \infty$

$f$  crece mas rápido que  $g$  ( $x \rightarrow \infty$ ) si

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \quad \circ \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$$

$f$  y  $g$  crecen a la misma razón ( $x \rightarrow \infty$ ) si

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L, 0 < L < \infty$$

## 2.5 Ejemplo de uso la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}}{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}}{2x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{4}(1+x)^{-\frac{3}{2}}}{2} = -\frac{1}{8}$$

## 2.6 Funciones trigonométricas inversas

$$\sin^{-1}(x)$$

$$\cos^{-1}(x)$$

$$\tan^{-1}(x)$$

$$\cot^{-1}(x)$$

$$\sec^{-1}(x)$$

$$\csc^{-1}(x)$$

# Cierre de clase

- Ejercicios Thomas 7
- Funciones trascendentes
- **LA PRACTICA HACE AL MAESTRO Y LES QUITA LAS DUDAS, por tanto es hagan TODOS los ejercicios del Thomas 7.**

# Gracias feliz clase

**Contacto: Carlos Barrón R**  
**cbarron@correo.azc.uam.mx**