UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

2. Funciones Trascendentes

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 1er. piso, 116

Tel. 53189014

Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,

Página: http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/

Recapitulación y Recordatorios

3. El Teorema fundamental del cálculo

$f:\Re\rightarrow\Re, a,b\in\Re, a<b$ f continua en $[a,b]$

i. $F(x)=\int_a^x f(y)dy$ $F:\Re\rightarrow\Re$ continua

$$F'(x)=\frac{d}{dx}\int_a^x f(y)dy=f(x)$$

ii. $$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$$

Objetivos y actividades de la clase

- Comprender, aplicar y usar las funciones trascendentes para integración y derivabilidad

2.5 La regla de L'Hôpital

2.6 Funciones trigonométricas inversas

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

Una función tiene inversa si es inyectiva en su dominio

$$f : D \to R, f^{-1} : R \to D, R = f(D)$$

Una función es inyectiva, si imágenes distintas siempre corresponden a puntos distintos

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } x_1 \neq x_2$$

Derivada de la función Inversa

$$\frac{d}{dy}f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

donde

$$f(x) = y$$

2.5 La regla de L'Hôpital

Supongamos que $f(a) = g(a) = 0$,

que f y g derivables en un intervalo abierto de a, $g'(a) \neq 0$

Entonces

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

2.5 La regla de L'Hôpital

Razones de crecimiento de funciones cuando $x \longrightarrow \infty$

f crece mas rápido que g $(x \to \infty)$ si

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \quad \text{o} \quad \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$$

f y g crecen a la misma razón $(x \to \infty)$ si

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L, 0 < L < \infty$$

2.5 Ejemplo de uso la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^3 + \sin^2(x)}{e^x}$$

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{2^x}{e^x}$$

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{e^x/2}{e^x}$$

2.5 Ejemplo de uso la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{\ln(x)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x}{\ln(x)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 e^{-x}}{x^2}$$

2.6 Ejemplos de Funciones inversas

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}(x) =$$

$$f(x) = \tan(x),\ f^{-1}(x) = \tan^{-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx}f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}(x) = \frac{1}{\sec^2(\tan^{-1}(x))}$$

Note

$$= \frac{1}{1+[\tan(\tan^{-1}(x))]^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

2.6 Ejemplos de Funciones inversas

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}(x) =$$

$$f(x) = \sin(x), \; f^{-1}(x) = \sin^{-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

Usamos

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}(x) = \frac{1}{\cos(\sin^{-1}(x))}$$

$$1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-[\sin(\sin^{-1}(x))]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Cierre de clase

- Ejercicios Thomas 7
- Funciones trascendentes
- LA PRACTICA HACE AL MAESTRO Y LES QUITA LAS DUDAS, por tanto es hagan TODOS los ejercicios del Thomas 7.

Gracias feliz clase

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.azc.uam.mx

©® CBR 13